ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ С ПОЗИЦИЙ РАЦИОНАЛЬНОЙ МЕХАНИКИ

Жилин П. А.

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, http://www.spbstu.ru/

Поступила 08.04.2013

Представлена действительным членом РАЕН В.И. Ерофеевым 13.04.2013

В статье обсуждается возможность вывода основных уравнений электродинамики с позиций рациональной механики сплошных сред. Показывается, что для этого необходимо рассматривать упругий континуум двухспиновых частиц весьма специального вида. Выводятся классические уравнения Максвелла и обсуждаются причины их ограниченности. Затем выводятся более общие уравнения, которые предположительно дают более точное описание электромагнитного поля.

Ключевые слова: **механика сплошных сред, континуум Коссера, многоспиновая частица, электродинамика, уравнения Максвелла**

PACS: 41.20.-Q, 46.05.+B, 46.25.CC, 46.90.+S, 61.30.-V

Содержание

1. ВВЕДЕНИЕ. МЕХАНИКА И ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Движения видимых макротел, например планет, и электромагнитные явления знакомы людям с незапамятных времен. Тем не менее, теоретические описания этих явлений разработаны с различной степенью полноты и основаны на различных фундаментах. Интенсивные исследования в области электромагнетизма начались в конце XVIII века. К середине XIX века уже были экспериментально установлены основные законы электромагнетизма, включая закон электромагнитной индукции. Были предложены и теоретические модели, но все они носили описательный характер, т.е. действовали только в частных ситуациях. Положение существенно изменилось после разработки Дж. Максвеллом концепции электромагнитного поля, которая без особых изменений сохранилась до настоящего времени. Можно сказать, что к 1879 году уже полностью сложилась новая область физики, получившая название электродинамики. Эта область физики включала огромный набор экспериментальных фактов, многие из которых, но далеко не все, успешно объяснялись теорией Максвелла. Было предпринято много попыток дать механистическое истолкование электромагнитных явлений, но все они при тщательном рассмотрении оказались неудачными. Так сложилась ситуация, которую М. Планк описал следующими словами [1]: "Механическим явлениям, или движениям материальных точек, противостоит как нечто единое, ясно от них отделенное, целое, вся совокупность электрических и магнитных, или электродинамических, явлений. Этими двумя областями исчерпывается вся физика, так как все остальные ее части – акустика, оптика и теплота – могут быть вполне сведены на механику и электродинамику. Окончательное же объединение этих двух последних классов явлений, что представило бы собой увенчание здания теоретической физики, еще приходится предоставить будущему." Из цитаты видно, что М. Планк придавал важное значение объединению механики и электродинамики. Эта задача остается нерешенной и в настоящее время. Между механикой, с одной стороны, и электродинамикой, с другой стороны, существуют огромные различия. Строго говоря, эти две науки нельзя сопоставлять. В самом деле, механика, как наука, – это не теория каких бы то ни было явлений Природы. Механика – это метод исследования Природы. Мнение о том, что механика имеет ограниченную область применимости, основано, главным образом, на ее фактической неспособности в настоящее время описать целый ряд явлений, известных в экспериментальной физике. Тем не менее, никто не доказал, что механика принципиально не способна описать эти явления. Электродинамика, в противоположность механике, – это теория определенного класса явлений Природы. Поэтому на самом деле речь должна идти не об объединении механики и электродинамики, а о включении электродинамики в механику, т.е. об описании электромагнитных явлений на основе принципов механики. Современная теоретическая физика признала эту задачу неразрешимой. Уравнения Максвелла рассматриваются чем-то вроде божественного откровения, не требующего обоснования. Последующее развитие физики все дальше уводило ее от классической механики. В настоящее время главную роль исполняет квантовая физика, которая объявила о "решительном разрыве с классической механикой".

Следует подчеркнуть, что включение электродинамики в механику менее всего диктуется намерением возвести "венец теоретической физики". В настоящее время подобная цель выглядит, по меньшей мере, наивно[1]. Существо проблемы носит вполне прагматический, если не сказать утилитарный, характер. Фактически, уже в настоящее время проблемы механики и электродинамики переплелись настолько тесно, что их невозможно разделить. В самом деле, механические свойства деформируемых тел, внутреннее трение в идеальных кристаллах, теория пьезоэлектрических и ферромагнитных материалов, динамика электрических машин и многие другие проблемы не могут рассматриваться без учета взаимодействия "чисто механических" и электромагнитных явлений. Поэтому чрезвычайно важно описывать эти явления на одном языке и в рамках единой непротиворечивой логики. В настоящее время этого нет. Например, известна важнейшая роль, которую играет в электромеханике сила Лоренца

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v}\times\mathbf{B}). \qquad (1)$$

С точки зрения механики, это выражение для силы неприемлемо, поскольку оно не удовлетворяет принципу материальной объективности. К сожалению, указанным обстоятельством отнюдь не исчерпывается список претензий к силе Лоренца. Таким образом, перед механикой, как методом исследования природных явлений, уже давно поставлена очень трудная задача о расширении сферы своего действия на область электромагнитных явлений. Следуя установившимся взглядам можно, видимо, признать, что в основе теории электромагнитных явлений лежит концепция электромагнитного поля. Если мы хотим применить метод механики к описанию и исследованию электромагнитного поля, то, прежде всего, необходимо выбрать определенную точку зрения. Прежде всего, необходимо ответить на вопрос: "Что такое электромагнитное поле: некая материальная среда или способ описания взаимодействий между объектами, которые в физике принято называть зарядами? " В зависимости от ответа на этот вопрос механика, будучи именно методом исследования, приведет к совершенно различным теориям. Если электромагнитное поле есть некая среда, то необходимо использовать методы механики сплошных сред. Если это способ описания взаимодействий между зарядами, то предварительно необходимо определить, что такое заряд. Ответа на последний вопрос в настоящее время никто не знает. Неизвестно даже, является ли заряд формой некоей субстанции или это характеристика некоей формы движения чего-то, или это вообще что-то совершенно иное. Без ясного определения понятия заряда, т.е. без явного включения заряда в одну из основных структур механики, метод механики совершенно бессилен и бесполезен. Поэтому в настоящее время механика имеет шансы на успех только в том случае, если электромагнитное поле является некоей сплошной средой или, точнее говоря, может моделироваться некоей сплошной средой. Последняя концепция известна очень давно под названием эфира. В существовании эфира мало кто сомневается. Тем не менее, всякое упоминание об эфире вызывает у физиков-теоретиков нечто вроде аллергии. Профессионалам, в отличие от дилетантов, легко понять причины неприятия концепции эфира. Дело в том, что профессиональных теоретиков не устраивают разговоры об эфире. Необходимы корректные математические формулировки концепции эфира. В этой связи было предпринято много серьезных попыток построить удовлетворительную теорию эфира [3], но все они при внимательном рассмотрении оказались неприемлемыми в теоретическом отношении. Поэтому наименьшим из зол оказалось принятие уравнений Максвелла как данность, без увязки их с какими бы то ни было механическими моделями. Так, собственно, и возник разрыв между механикой и теорией электромагнитных явлений. В данной работе мы хотим вернуться к концепции эфира, рассматриваемого с позиций рациональной механики сплошных сред. Впрочем, термин эфир ниже использоваться не будет, поскольку фактически эфир напоминает слоеный пирог. Электромагнитное поле есть только верхний и наиболее грубый слой этого пирога. Вернувшись к старой концепции, мы, прежде всего, должны ясно понять причины неудовлетворительности прежних подходов и способы их устранения. Исторические аспекты этого будут изложены в следующем пункте. Здесь мы просто сформулируем концепцию электромагнитного поля в

[1]Так могут думать только экзальтированные дилетанты вроде автора книги [2].

том виде, в каком она будет реализована ниже в рамках рациональной механики.

Итак, будем считать, что электромагнитное поле может моделироваться некоей сплошной средой. Как будет видно из текста данной работы, эта среда принципиально отличается по своей структуре от всех рассмотренных ранее. По современной терминологии ее можно назвать жидким кристаллом. Электромагнитное поле играет огромную роль в Природе, ибо без его участия мир видимых вещей вообще не смог бы возникнуть. Процесс рождения видимых вещей во многом напоминает сбивание масла или творога из молока. При этом электромагнитное поле играет роль вибратора или болтушки. Для целей данной работы важны не эти метафизические заявления, которые едва ли доказуемы, но одна важная особенность, которая, по нашему мнению, должна быть присуща удовлетворительной модели электромагнитного поля: оно должно обладать собственной энергией для функционирования в качестве вибратора. Классическая модель электромагнитного поля этим свойством не обладает. Основным видом движения в электромагнитном поле являются спинорные движения, игнорируемые в ньютоновской механике. Иными словами, электромагнитное поле есть среда, состоящая из быстро вращающихся частиц[2]. Именно посредством энергии вращений частиц электромагнитное поле запасает собственную энергию, хотя оно, кроме того, обладает внутренней энергией, которую принято называть энергией деформации или упругим потенциалом. Поэтому старые теории эфира, основанные на ньютоновской механике, не имели шансов на успех. Важно подчеркнуть, что электромагнитное поле само по себе не имеет никакого отношения к тому, что в физике принято называть зарядом. В этом серьезное отличие от точки зрения, принятой в физике, согласно которой электромагнитное поле порождается зарядами. Однако заряженные тела вносят возмущения в электромагнитное поле. Если эти возмущения назвать электромагнитным полем, то терминологические расхождения с физикой исчезнут. Мы предпочитаем называть электромагнитным полем саму среду, а не возмущения в ней. Это дает нам возможность временно отложить обсуждение трудной и спорной проблемы заряда. Все сказанное выше является интуитивным представлением, которое должно быть реализовано на основе строгих методов и принципов рациональной механики.

Примечание. *Тем, кому по тем или иным причинам не нравится концепция эфира в любой ее форме, можно указать на другую трактовку получаемых ниже уравнений. Суть трактовки поясним на примере. Допустим, что мы изучаем некое явление, характеризуемое одним параметром x. Пусть в этом явлении параметр x удовлетворяет уравнению* $\ddot{x} + \omega^2 x = f(t).$ *Тогда, независимо от природы параметра x, можно утверждать, что все обстоятельства, сопровождающие рассматриваемое явление, могут быть истолкованы в терминах грузика на пружинке. Совершенно аналогично, если мы построили некую непротиворечивую механическую модель, поведение которой описывается уравнениями, в точности совпадающими с уравнениями Максвелла, то мы можем в рамках этой модели истолковать все явления, описываемые уравнениями Максвелла. Такое истолкование часто оказывается полезным. Приведем в этой связи высказывание Х. Лоренца* [3]*: "В последнее время механические объяснения происходящих в эфире процессов все более отступают на задний план. Для многих физиков основной частью теории является точное количественное описание явлений, как, например, данное в уравнениях Максвелла. Однако, даже если стоять на такой точке зрения, механические аналогии все же сохраняют некоторое значение. Они помогают нам думать о явлениях и могут явиться источником идей для новых исследований".*

[2]Точнее говоря, двухспиновых частиц, которые будут введены позднее.

2. ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА И ПРЕДМЕТ ИССЛЕДОВАНИЯ

Ниже будут приведены только те исторические факты, которые имеют непосредственное отношение к обсуждаемым ниже вопросам. Соответственно и оценки, даваемые тем или иным фактам, нужно рассматривать исключительно в контексте того, какое влияние они оказали на ограничение сферы действия механики.

Механика — одна из древнейших наук. Она развивается эволюционным путем без революционных скачков. Метод механики формировался в течении многих столетий трудами многих и многих исследователей и, разумеется, подкреплялся огромным опытным материалом. В основании механики лежат утверждения, которые принципиально не могут быть ни доказаны, ни опровергнуты экспериментом. В этом состоит важнейшая особенность механики, благодаря которой механика не имеет пределов своей применимости. Недавняя "революция в физике" не оказала и не могла оказать влияния на развитие механики, поскольку "квантовые скачки" были принципиально несовместимыми с логическими основами механики. Вместе с тем, механика того времени не смогла распространить свой метод на электромагнитные и другие явления микромира. Последствия такой "неповоротливости" механики были весьма тяжелыми: к 1930 году механика фактически утратила статус фундаментальной науки[3]. Существует только один способ вернуть механике статус фундаментальной науки, который заключается в расширении сферы ее действия на электромагнитные и другие явления микромира. При этом необходимо разрешить старый парадокс: *все знают, что механика не применима к описанию*

[3]Многие ученые-механики не согласятся с таким утверждением. К сожалению, мировое научное сообщество в целом думает иначе и считает механику прикладной наукой. Впрочем, даже некоторые физики признают механику фундаментальным, но давно закрытым (!) разделом теоретической физики.

явлений микромира, но никто не может указать, какие именно принципы механики теряют свою дееспособность в микромире. Есть, разумеется, простое и радикальное разрешение указанного парадокса. Оно заключается в следующем утверждении: классическая механика неприменима в микромире просто потому, что в микромире неприменима классическая логика. Подобная точка зрения утверждается в науке уже много десятилетий. Тем не менее, противники столь радикальной точки зрения еще не вымерли и, видимо, никогда не вымрут. Цель этого пункта состоит в том, чтобы показать другое разрешение парадокса и ясно выявить утерянный в механике, как, впрочем, и в физике, элемент.

Современная механика ведет свой отсчет от Архимеда, сформулировавшего, помимо прочего, законы равновесия твердых тел. Этих законов было два. Первый относился к равновесию сил, а второй постулировал равновесие моментов и был дан в форме принципа рычага. Относительно последнего и развернулась самая продолжительная в истории современного человечества дискуссия. Конечно, никто не сомневался в правильности принципа рычага Архимеда. Вопрос заключался в его независимости, т.е. в возможности (или невозможности) его доказательства на основе закона равновесия сил. После Архимеда механика развивалась путем решения многочисленных частных задач. Важнейшие достижения принадлежат Галилео Галилею, которые общеизвестны и могут здесь не обсуждаться. В целом, механика до Ньютона продолжала оставаться собранием многих важных, но мало связанных между собой фактов. Ньютон был первым, кто поставил задачу построения механики, как науки первых принципов. В качестве первых принципов Ньютон предложил в словесной формулировке три закона движения, но он не считал их достаточными для общего построения механики. Например, в работе [4] (стр. 301) Ньютон писал: “Vis inertiae есть пассивный принцип, посредством которого тела пребывают в их движении или покое, получают движение, пропорциональное приложенной к ним силе, и сопротивляются настолько же, насколько сами встречают сопротивление. По одному этому принципу в мире еще не могло бы произойти движение. Был необходим некоторый иной принцип, чтобы привести тела в движение, и раз они находятся в движении — требуется еще один принцип для сохранения движения. Ибо из различного сложения двух движений вполне ясно, что в мире не всегда имеется одно и то же количество движения. Если два шара, соединенные тонким стержнем, вращаются вокруг их общего центра тяжести равномерным движением, в то время как центр равномерно движется по прямой линии, проведенной в плоскости их кругового движения, то сумма движений двух шаров в том случае, когда шары находятся на прямой линии, описываемой их общим центром тяжести, будет больше, чем сумма их движений, когда они находятся на линии, перпендикулярной к этой прямой. Из этого примера ясно, что движение может получаться и теряться”. Это важное высказывание относится к 1717 (опубликовано в 1719) году, т.е. спустя 30 лет после выхода в свет “Математических начал натуральной философии”. Данную цитату необходимо тщательно проанализировать, поскольку она дает ясное представление о состоянии развития механики в начале XVIII века. Кроме того, важно ознакомиться с работами И. Бернулли [5], опубликованными после 1726 года, а также с книгой Ж. Даламбера [6]. Следует обратить особое внимание на тот факт, что даже через пятьдесят лет после выхода в свет “Математических начал” нельзя обнаружить ничего похожего на то, что в настоящее время принято называть ньютоновской механикой. После этого едва ли кто-нибудь сможет поверить утверждению Э. Маха [7] о том, что после Ньютона в механике не было предложено ничего принципиально нового. Это утверждение, к сожалению, получило очень большое распространение среди физиков. Программная идея Ньютона о построении механики на основе первых принципов сыграла огромную стимулирующую роль в развитии механики. Первая реализация этой идеи принадлежит Л. Эйлеру. То, что в настоящее время называется ньютоновской механикой, было создано Эйлером в период с 1732 по 1755 годы. Прежде всего, Л. Эйлер впервые перевел механику на язык дифференциальных уравнений и разработал методы их интегрирования. В результате, метод механики обрел совершенно новое качество. Далее, в работе “Открытие нового принципа механики” [8] Эйлер дал новую и гораздо более сильную форму первому закону динамики[4]. Этот закон обобщал второй закон Ньютона, применимый для материальных точек, на произвольные тела. В то время Эйлер полагал, что указанный принцип можно рассматривать “как единственный фундамент всей механики и других наук, которые трактуют о движении произвольных тел” — смотри работу [9]. С помощью предложенного принципа Эйлеру удалось впервые рассмотреть задачу о вращении твердого тела. Тем не менее, в работах того времени Эйлер рассматривал понятие момента, как производного от понятия силы. Только значительно позднее Эйлер осознал в полной мере, что ньютоновская механика принципиально неполна и потому ограничена. Первоначально это выяснилось в работах позднего Эйлера по теории стержней, в которых он осознал, что существует понятие момента в чистом виде, т.е. момента, не определяемого через

[4]Современную форму законов динамики Эйлера, отличающуюся, конечно, от оригинальных формулировок, можно найти в работе [20]. В частности, из современной формулировки в качестве следствия вытекает третий закон Ньютона.

понятие силы. Позднее Эйлер применил новое понятие момента при формулировке второго закона динамики. В 1776 году Л. Эйлер публикует мемуар "Новый метод определения движения твердых тел" [10], в котором впервые появляются формулировки двух независимых друг от друга законов динамики.

Здесь мы подошли к центральному вопросу, который необходимо обсудить подробнее. В ньютоновской механике исследуются только одна форма движений тел, а именно трансляционные движения, которые описывают изменение положений точечных тел в пространстве. Соответственно, в ньютоновской механике определено только понятие силы. Связи между силами и движениями устанавливаются посредством так называемых определяющих уравнений, выражающих наши интуитивные представления и данные опыта. Типичным определяющим уравнением в ньютоновской механике является закон всемирного тяготения. Все остальные характеристики механического поведения тела определяются через них на основе первого закона динамики. Введение независимого момента в корне меняет ситуацию. В механике все переменные появляются в виде сопряженных пар. Силам отвечают перемещения, т.е. трансляционные движения. Независимым моментам отвечают так называемые спинорные движения[5], при которых точечное тело меняет свою ориентацию в пространстве, хотя его положение в пространстве может оставаться неизменным. Спинорные движения тела управляются вторым законом динамики Эйлера. Механику, основанную на двух законах динамики Эйлера, будем называть эйлеровской механикой. Так получилось, что величайшее открытие Л. Эйлера оставалось невостребованным почти два столетия[6] несмотря на то, что спинорные движения играют колоссальную роль в Природе. На макроуровне главную роль исполняют трансляционные движения и именно этим определяется доминирующее положение ньютоновской механики в инженерных расчетах и задачах небесной механики. Однако, чем глубже мы погружаемся в микромир, тем меньшую роль играют трансляционные движения и тем большую роль начинают играть спинорные движения. По нашему мнению, именно игнорирование спинорных движений в ньютоновской механике явилось главной причиной неприменимости механики к описанию явлений микромира и, в частности, электромагнетизма.

[5]Этот термин не является общепринятым и вводится во избежание смешения с термином вращательное движение. Последнее зачастую является трансляционным. Например, вращение Земли вокруг Солнца — это трансляционное движение, но вращение Земли вокруг собственной оси — это спинорное движение.

[6]Значительное развитие динамики твердого тела и теории гироскопических систем имело скорее прикладное значение и мало сказалось на фундаментальных основах физики.

Думается, что при соответствующем учете спинорных движений современная и, особенно, квантовая физика имела бы совсем другой вид.

Важную роль открытия Эйлером независимости второго закона динамики, видимо, осознал только Ж. Лагранж, но он не захотел с этим согласиться. По существу, вопрос сводился к проблеме доказательства независимости принципа рычага Архимеда. Если его можно доказать на основе ньютоновской механики, т.е. на основе равновесия сил, то второй закон динамики Эйлера не является независимым законом Природы. Не случайно поэтому значительную часть обширного введения к своей "Аналитической механике" [11] Ж. Лагранж посвятил именно доказательству принципа рычага Архимеда. Лагранж подверг критике многие известные к тому времени доказательства принципа рычага Архимеда и предложил новое доказательство. При этом, как стало ясно в начале XX века, Лагранж допустил принципиальную ошибку[7], последствия которой ощущаются вплоть до настоящего времени. Что касается самого Лагранжа, то он счел возможным ограничиться рамками ньютоновской механики и сумел придать ей весьма изящную форму. Однако красота лагранжевой механики была отравленной: многие стали ошибочно думать, что вся механика сводится к тому, чтобы выучить выражения для кинетической и потенциальной энергии и далее использовать лагранжев формализм. До некоторой степени это даже правильно. Беда в том, что в нетривиальных случаях лагранжева механика не дает никаких намеков на то, откуда взять правильные выражения для кинетической и потенциальной энергий. Во многих случаях, например для открытых систем, лагранжева механика вообще не применима, о чем многие и не подозревают. В дальнейшем лагранжева механика была усилена Гамильтоном. Механика Лагранжа-Гамильтона стала олицетворением механики в современной теоретической физике, где она играет двоякую роль. С одной стороны, когда физики говорят об ограниченности классической механики, то они имеют в виду именно механику Лагранжа-Гамильтона. С другой стороны, в основе современной квантовой физики лежит формализм Лагранжа-Гамильтона с добавлениями к нему правил квантования. К сожалению, физики не сознают, что механика Лагранжа-Гамильтона является красивой одеждой для механики и не более того. Поэтому сама по себе механика Лагранжа-Гамильтона не может служить основой для построения новых физически содержательных моделей реальных объектов. Именно это обстоятельство породило следующее заявление М. Планка [12]: "Сегодня мы должны осознать, что ... рамки классической динамики ... оказались слишком

[7]Лагранж использовал соображения симметрии относительно поворота, которые, как известно ныне, эквивалентны условию баланса моментов, т.е. второму закону динамики Эйлера.

узкими для того, чтобы включить все те физические явления, которые не поддаются непосредственному наблюдению посредством наших грубых органов чувств. Доказательство этого заключения даются нам кричащим противоречием между классической теорией и экспериментом, которое проявилось в универсальных законах теплового излучения”. Разумеется, под классической динамикой М. Планк понимал механику Лагранжа-Гамильтона.

Между тем, фундаментальная механика в XIX-XX столетиях развивалась, главным образом, на основе принципов, предложенных Галилеем, Ньютоном, Эйлером. Основное внимание уделялось не аналитической механике систем с конечным числом степеней свободы, где царствовала механика Лагранжа-Гамильтона, а механике сплошных сред. При этом одновременно развивались теории одномерных (нити, струны, стержни), двумерных (пластины и оболочки) и трехмерных сред. Трехмерные среды в XIX веке первоначально развивались (А. Навье, О. Коши, С. Пуассон, Дж. Грин и другие) без учета вращательных степеней свободы, т.е. без учета моментных напряжений. К этому же времени относятся и первые механические модели электромагнитного поля, известные под названиями различных теорий эфира и описанные в книге Х. Лоренца [3]. Как известно, все эти модели эфира оказались неудачными. В них отчетливо наблюдается стремление авторов ввести спинорные движения, но делается это неправильно. К тому же, в то время моменты, как самостоятельные сущности, практически не применялись в физике, хотя теории стержней и оболочек, известные в тот период времени, уже включали, наряду с силами, независимые моменты. Моментные напряжения в трехмерных средах впервые были введены братьями Эжени и Франсуа Коссера в 1909 году в книге [13]. Однако сделано это было достаточно формально и без убедительных приложений. Поэтому прошло еще полстолетия, прежде чем теории с независимыми моментными напряжениями начали интенсивно развиваться. К настоящему времени по этим теориям и их приложениям опубликованы сотни работ, ссылки на многие из которых можно найти, например, в книге [14].

Настоящая статья выросла из многолетнего и до сих пор не реализованного должным образом желания автора понять электрические и магнитные явления с точки зрения принципов рациональной механики. Анализ известных фактов показывает, что спинорные движения, которые отсутствуют в ньютоновской механике, совершенно необходимы при описании основных понятий электромагнитного поля. Поэтому разработка теории электромагнитного поля требует, по крайней мере, привлечения эйлеровской механики. Хотя спинорные движения были введены, по существу, еще Эйлером, тем не менее в механике сплошных сред они были введены относительно недавно [15-17]. В этих работах спинорные движения вводились на основе тензора поворота, основные свойства которого и его различные представления описаны в работах [18, 19]. Краткое изложение основных принципов эйлеровской механики может быть найдено в работе [20]. В работе [21] дано истолкование электродинамики Максвелла в терминах классической механики и показана ее недостаточность, например для описания структуры атома. Кроме того, в этой работе указан путь построения теории электромагнитного поля, который и реализован в данной работе.

Чтобы избежать разного рода недоразумений, рассмотрим основные термины. Введение инерциальных систем отсчета описано в работах [22, 23].

Ньютоновская механика включает в себя законы динамики безспиновых частиц. Состояние частицы определяется заданием вектора положения $\mathbf{R}(t)$, вектора количества движения $m\mathbf{R}(t)$, полной энергии $E = K+const$, где $K=\frac{1}{2}m\dot{\mathbf{R}}\cdot\dot{\mathbf{R}}$ есть кинетическая энергия. Изменение количества движения определяется вектором силы $\mathbf{F}$. Кроме того, имеются производные величины: вектор момента количества движения $\mathbf{R}\times m\dot{\mathbf{R}}$, вектор момента силы $\mathbf{R}\times\mathbf{F}$. В ньютоновской механике только центральные силы допустимы. Основной моделью в ньютоновской механике является модель линейного осциллятора, задаваемого уравнением

$$m\ddot{\mathbf{R}}+c\mathbf{R}=\mathbf{0}. \tag{2}$$

Другие аспекты ньютоновской механики можно не отмечать.

Эйлерова механика включает в себя законы динамики односпиновых частиц. Движение таких частиц определяется заданием вектора положения $\mathbf{R}(t)$ и тензором поворота $\mathbf{P}(t)$. Скорости находятся с помощью уравнений

$$\mathbf{V}(t)=\dot{\mathbf{R}}(t),\quad \dot{\mathbf{P}}(t)=\boldsymbol{\omega}(t)\times\mathbf{P}(t), \tag{3}$$

где второе уравнение носит имя Пуассона [18, 19]. Полная энергия E частицы имеет вид $E = K + const$, где кинетическая энергия K определяется квадратичной формой

$$K=\frac{1}{2}m\mathbf{V}\cdot\mathbf{V}+\mathbf{V}\cdot\mathbf{P}\cdot\mathbf{B}\cdot\mathbf{P}^T\cdot\boldsymbol{\omega}+\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}\cdot\mathbf{P}\cdot\mathbf{C}\cdot\mathbf{P}^T\cdot\boldsymbol{\omega}, \tag{4}$$

причем коэффициенты этой формы, т.е. тензоры второго ранга $\mathbf{B}$ и $\mathbf{C}=\mathbf{C}^{\mathrm{T}}$, называются тензорами инерции в отсчетном положении, скаляр m есть масса частицы. Векторы количества движения $\mathbf{K}_1$ и кинетического момента $\mathbf{K}_2$ вводятся посредством равенств

$$\mathbf{K}_1=\frac{\partial K}{\partial\mathbf{V}}=m\mathbf{V}+\mathbf{P}\cdot\mathbf{B}\cdot\mathbf{P}^T\cdot\boldsymbol{\omega}, \tag{5}$$

$$\mathbf{K}_2=\underline{\mathbf{R}\times\mathbf{K}_1}+\frac{\partial K}{\partial\boldsymbol{\omega}}=\underline{\mathbf{R}\times\mathbf{K}_1}+\mathbf{V}\cdot\mathbf{P}\cdot\mathbf{B}\cdot\mathbf{P}^T+\mathbf{P}\cdot\mathbf{C}\cdot\mathbf{P}^T\cdot\boldsymbol{\omega}, \tag{6}$$

где подчеркнутый член называется моментом количества движения, а второе слагаемое называется собственно кинетическим моментом или динамическим спином. В эйлеровской механике изменение количества движения определяется силой $\mathbf{F}$, а изменение кинетического момента определяется вектором момента $\mathbf{M}$

$$\mathbf{M} = \mathbf{R} \times \mathbf{F} + \mathbf{L}, \tag{7}$$

где вектор $\mathbf{L}$ называется собственно моментом, который в общем случае не выражается через силу $\mathbf{F}$. Первый и второй законы динамики [10] в эйлеровской механике имеют вид

$$\dot{\mathbf{K}}_1 = \mathbf{F},\ \dot{\mathbf{K}}_2 = \mathbf{M} = \mathbf{R} \times \mathbf{F} + \mathbf{L}. \tag{8}$$

Более детальное описание можно найти в [20]. Основной моделью в эйлеровской механике является модель твердотельного осциллятора, т.е. твердого тела на упругом основании. На необходимость построения этой модели указывали многие ученые еще сто лет тому назад, но построена она была только в работе [24]. В простейшем случае уравнения твердотельного осциллятора имеют вид [24]

$$A\dot{\boldsymbol{\omega}} + c\boldsymbol{\theta} = 0,\ \dot{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\omega} - \frac{1}{2}\boldsymbol{\theta} \times \boldsymbol{\omega} + \frac{1-g}{\theta^2}\boldsymbol{\theta} \times (\boldsymbol{\theta} \times \boldsymbol{\omega}),\ g = \frac{\theta \sin\theta}{2(1-\cos\theta)}, \tag{9}$$

где $\boldsymbol{\theta}$ есть вектор поворота [18, 19, 24], причем $\theta = |\boldsymbol{\theta}|$. Мы видим, что даже в простейшем случае уравнения (9) имеют значительно более сложный вид, чем уравнение (2) для обычного осциллятора. Поскольку именно эта модель должна играть центральную роль при описании многих явлений микромира, то легко понять, что эти описания по необходимости окажутся сложнее или, по крайней мере, более непривычными, чем это было в ньютоновской механике. Правда, для плоских колебаний мы имеем $\boldsymbol{\theta} \times \boldsymbol{\omega} = 0$. В таком случае уравнение (9) совпадает с уравнением (2). Заметим, что уравнение (9) соответствует только вращательным степеням свободы, т.е. тело имеет фиксированную точку. В общем случае мы имеем некую комбинацию уравнений типа (2) и (9).

Говоря об эйлеровской механике, необходимо отметить вклад К. Трусделла [25, 26], который изучил работы Эйлера, опубликованные после 1766 г., и сделал их достоянием научного сообщества.

Механика многоспиновых частиц будет рассмотрена в следующем пункте.

3 МНОГОСПИНОВЫЕ ЧАСТИЦЫ

3.1. Кинематика многоспиновых частиц

Многоспиновая частица A является сложным объектом, состоящим из несущего тела A_1 с встроенной в него системой роторов A_i (i = 2, 3, ..., N). Пусть радиус-векторы $\mathbf{R}_i$ (i = 1, 2, ..., N) определяют положения центров масс тел A_i. Через m_i обозначим массы тел A_i. Примем, что множество точек $\mathbf{R}_i$ является абсолютно твердым телом, хотя сама многоспиновая частица таковым, конечно, не является. Если роторы внутри несущего тела осесимметричны, а их оси фиксированы относительно несущего тела, то многоспиновую частицу можно назвать гиростатом. Для простоты именно этот случай будет рассматриваться ниже. Пусть $\mathbf{P}_i$ есть тензор поворота тела A_i. Тогда имеем

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{R} + \mathbf{P}_1 \cdot \boldsymbol{\rho}_i,\ \mathbf{R} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{N} m_i \mathbf{R}_i,\ m = \sum_{i=1}^{N} m_i, \tag{10}$$

где $\mathbf{R}$ есть радиус-вектор центра масс частицы A, векторы $\boldsymbol{\rho}_i$ суть векторы, определяющие положения центров масс тел A_i относительно точки $\mathbf{R}$ в отсчетном положении. Таким образом, движение многоспиновой частицы A определяется заданием $3(N+1)$ скалярных функций

$$\mathbf{R}(t),\ \mathbf{P}_1(t),\ \mathbf{P}_2(t),\ ...,\ \mathbf{P}_N(t). \tag{11}$$

Трансляционная и угловые скорости частицы находятся посредством следующих уравнений

$$\mathbf{V}(t) = \dot{\mathbf{R}}(t),\ \dot{\mathbf{P}}_i(t) = \boldsymbol{\omega}_i(t) \times \mathbf{P}_i(t). \tag{12}$$

Ниже мы будем считать, что роторы A_i являются телами вращения с осями симметрии $\mathbf{n}'_i$, которые предполагаются фиксированными относительно несущего тела A_1. Поэтому мы можем записать

$$\mathbf{n}'_i = \mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{n}_i,\ i = 2, ..., N, \tag{13}$$

где векторы $\mathbf{n}_i$ заданы в отсчетном положении. Тензор поворота может быть записан во многих, но эквивалентных между собой, формах

$$\mathbf{P}_1 = \mathbf{T}_2\, \mathbf{Q}(\psi_2 \mathbf{n}_2) = \mathbf{T}_3\, \mathbf{Q}(\psi_3 \mathbf{n}_3) = \ldots = \mathbf{T}_N\, \mathbf{Q}(\psi_N \mathbf{n}_N) \Rightarrow \mathbf{T}_i = \mathbf{P}_1\, \mathbf{Q}^T(\psi_i \mathbf{n}_i), \tag{14}$$

где $\mathbf{Q}(\psi_i \mathbf{n}_i)$ суть повороты вокруг осей $\mathbf{n}_i$ на угол ψ_i, $\mathbf{T}_i$ есть тензор наклона, т.е. тензор поворота вокруг оси, ортогональной оси $\mathbf{n}_i$. Для тензоров поворота $\mathbf{P}_i$ мы имеем аналогичные представления

$$\mathbf{P}_i = \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{Q}(\varphi_i \mathbf{n}_i). \quad 15)$$

Поскольку оси $\mathbf{n}_i$ фиксированы относительно несущего тела A_1, то справедливы равенства

$$\mathbf{T}_i = \mathbf{S}_i \Rightarrow \mathbf{S}_i = \mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{Q}^T(\psi_i \mathbf{n}_i).$$

При этом уравнения (15) принимают вид

$$\mathbf{P}_i = \mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{Q}^T(\psi_i \mathbf{n}_i) \cdot \mathbf{Q}(\varphi_i \mathbf{n}_i) = \mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{Q}(\beta_i \mathbf{n}_i),\ \beta_i = \varphi_i - \psi_i,\ i = 2, 3, ..., N, \tag{16}$$

где β_i есть угол поворота ротора A_i относительно несущего тела A_1. Таким образом, движение многоспиновой частицы определяется заданием $6+N-1$ скалярных функций, т.е. она имеет $N+5$ степеней свободы. Ниже будут использованы обозначения

$$\mathbf{P} \triangleq \mathbf{P}_1, \qquad \boldsymbol{\omega} \triangleq \boldsymbol{\omega}_1. \tag{17}$$

Используя теорему сложения угловых скоростей [18, 19] для композиции поворотов (16), получаем выражения для угловых скоростей роторов

$$\boldsymbol{\omega}_i = \boldsymbol{\omega} + \dot{\beta}_i \mathbf{P} \cdot \mathbf{n}_i = \boldsymbol{\omega} + \dot{\beta}_i \mathbf{n}'_i,\ \mathbf{n}'_i = \mathbf{P} \cdot \mathbf{n}_i,\ i = 2,3,...,N. \tag{18}$$

3.2. Кинетическая энергия многоспиновой частицы

Кинетическую энергию K_i тела A_i определим квадратичной формой [20]

$$K_i = \frac{1}{2} m_i \dot{\mathbf{R}}_i \cdot \dot{\mathbf{R}}_i + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_i \cdot \mathbf{P}_i \cdot \mathbf{C}_i \cdot \mathbf{P}_i^T \cdot \boldsymbol{\omega}_i, \tag{19}$$

где $\mathbf{C}_i$ есть центральный тензор инерции тела A_i в отсчетном положении. Для роторов тензоры инерции трансверсально изотропны

$$\mathbf{C}_i = \lambda_i \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i + \mu_i (\mathbf{E} - \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i),\ i = 2,3,...,N, \tag{20}$$

где λ_i, μ_i суть аксиальный и экваториальный центральные моменты инерции ротора A_i соответственно. Из соотношений (16) и (20) следует

$$\mathbf{P}_i \cdot \mathbf{C}_i \cdot \mathbf{P}_i^T = \mathbf{P} \cdot \mathbf{C}_i \cdot \mathbf{P}^T. \tag{21}$$

Скорости центров масс роторов можно выразить через скорость центра масс всей частицы и угловую скорость несущего тела с помощью формул (10)

$$\mathbf{V}_i = \dot{\mathbf{R}}_i = \mathbf{V} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{R}_i - \mathbf{R}). \tag{22}$$

Используя соотношения (22), выражение для кинетической энергии (19) переписываем в виде

$$K_i(A_i)=\frac{1}{2}m_i\,\mathbf{V}\cdot\mathbf{V}+\mathbf{V}\cdot\mathbf{B}_i\cdot\boldsymbol{\omega}+\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}\cdot\mathbf{C}_i^*\cdot\boldsymbol{\omega}+\lambda_i\dot{\beta}_i\,\mathbf{n}_i'\cdot\boldsymbol{\omega}+\frac{1}{2}\lambda_i\dot{\beta}_i^2, \quad (23)$$

где приняты обозначения

$$\mathbf{C}_i^*=\mathbf{P}\cdot\mathbf{C}_i\cdot\mathbf{P}^T-m_i(\mathbf{R}_i-\mathbf{R})\times\mathbf{E}\times(\mathbf{R}_i-\mathbf{R}),\ \mathbf{B}_i=-m_i(\mathbf{R}_i-\mathbf{R})\times\mathbf{E}. \quad (24)$$

Полная кинетическая энергия многоспиновой частицы A дается выражением

$$K(A)=\frac{1}{2}m\mathbf{V}\cdot\mathbf{V}+\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}\cdot\mathbf{P}\cdot\mathbf{C}\cdot\mathbf{P}^T\cdot\boldsymbol{\omega}+\frac{1}{2}\sum_{i=2}^{N}\lambda_i\left(\dot{\beta}_i^2+2\dot{\beta}_i\boldsymbol{\omega}\cdot\mathbf{n}_i'\right), \quad (25)$$

где тензор $\mathbf{C}$ имеет вид

$$\mathbf{C}=\sum_{i=1}^{N}\left(\mathbf{C}_i-m_i\left(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i\right)\times\mathbf{E}\times\left(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i\right)\right), \quad (26)$$

а векторы $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r}_i$ определяют соответственно центры масс частицы A и тел A_i в отсчетном положении. В равенстве (26) учтено очевидное тождество

$$\sum_{i=1}^{N}\mathbf{B}_i=0.$$

3.3. Количество движения многоспиновой частицы

Количество движения $\mathbf{K}_{1i}$ тела A_i вычисляется по его кинетической энергии с помощью формул [20]

$$\mathbf{K}_{1i}=\frac{\partial K_i}{\partial \mathbf{V}_i}=m_i\mathbf{V}_i=m_i(\mathbf{V}+\boldsymbol{\omega}\times(\mathbf{R}_i-\mathbf{R}))=m_i\mathbf{V}+\mathbf{B}_i\cdot\boldsymbol{\omega}. \quad (27)$$

Полное количество движения $\mathbf{K}_1(A)$ многоспиновой частицы A вычисляется по формуле

$$\mathbf{K}_1(A)=\sum_{i=1}^{N}\mathbf{K}_{1i}(A_i)=m\mathbf{V}+\left(\sum_{i=1}^{N}\mathbf{B}_i\right)\cdot\boldsymbol{\omega}=m\mathbf{V}. \quad (28)$$

3.4. Кинетический момент многоспиновой частицы

Кинетический момент $\mathbf{K}_{2i}$ тела A_i определяется выражением [20]

$$\mathbf{K}_{2i}=\mathbf{R}_i\times\mathbf{K}_{1i}+\frac{\partial K_i}{\partial\boldsymbol{\omega}_i}, \quad (29)$$

где первый член в правой части называется моментом количества движения тела A_i, а второе слагаемое называется собственным кинетическим моментом или динамическим спином A_i. Используя формулы (27), (19), (10), (18), (20), (21) нетрудно получить

$$\mathbf{K}_{2i}=m_i\mathbf{R}_i\times\mathbf{V}+(\mathbf{R}_i\times\mathbf{B}_i+\mathbf{P}\cdot\mathbf{C}_i\cdot\mathbf{P}^T)\cdot\boldsymbol{\omega}+\lambda_i\dot{\beta}_i\mathbf{n}_i',\ \ \beta_1=0. \quad (30)$$

Кинетический момент $\mathbf{K}_2(A)$ всей частицы A определяется по формуле

$$\mathbf{K}_2(A)=\sum_{i=1}^{N}\mathbf{K}_{2i}(A_i)=\mathbf{R}\times m\mathbf{V}+\mathbf{P}\cdot\mathbf{C}\cdot\mathbf{P}^T\cdot\boldsymbol{\omega}+\sum_{i=2}^{N}\lambda_i\dot{\beta}_i\mathbf{n}_i', \quad (31)$$

где тензор $\mathbf{C}$ определен выражением (26).

Теперь мы в состоянии записать фундаментальные законы механики.

4. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ЗАКОНЫ МЕХАНИКИ ДЛЯ МНОГОСПИНОВЫХ ЧАСТИЦ

Многоспиновая частица имеет N+5 степеней свободы, которые определяются следующими функциями

$$\mathbf{R}(t),\ \mathbf{P}(t),\ \beta_i(t),\ i=2,3,...,N. \quad (32)$$

Для отыскания этих функций необходимо сформулировать соответствующее число уравнений, роль которых выполняют фундаментальные законы механики, общую формулировку которых можно найти в статье [20]. В основания механики положены четыре утверждения, которые принято называть фундаментальными законами. К ним относятся: первый и второй законы динамики Эйлера, уравнение баланса энергии или первый закон термодинамики и неравенство производства энтропии или второй закон термодинамики. Следует обратить внимание на тот фундаментальный факт, что наименование законов этим утверждениям присвоено по традиции. На самом деле это некие логические утверждения, указывающие путь или, если угодно, метод исследования проблем Природы и техники. Эти логические утверждения принципиально не могут быть опровергнуты никакими опытными фактами. Поэтому область их применимости не имеет ограничений, и их можно использовать при любых скоростях движения как в макромире, так и в микромире, включая проблемы типа излучения черного тела. Многие физики не согласятся со сказанным, как это видно, например, из приведенной во втором пункте цитаты М. Планка. Вместе с тем, никто из физиков до сих пор не указал, что именно в этих законах неправильно или имеет ограниченную область применимости.

Фундаментальные законы формулируются исключительно в инерциальных системах отсчета, подробное введение которых можно найти в [23].

4.1. Первый закон динамики Эйлера

Рассмотрим произвольное тело B, состоящее из n многоспиновых частиц. Через B^e обозначим окружение тела B, т.е. всю вселенную за вычетом самого рассматриваемого тела B. Тогда первый закон динамики гласит:

В инерциальной системе отсчета скорость изменения количества движения тела B равна силе $\mathbf{F}(B, B^e)$ *, действующей на тело B со стороны его окружения* B^e*, плюс скорость подвода количества движения в тело B.*

В математической записи первый закон имеет вид

$$\dot{\mathbf{K}}_1(B)=\mathbf{F}(B,B^e)+\boldsymbol{\delta}_1. \quad (33)$$

Определение сил и их свойства описаны в [20]. Если тело B есть материальная точка и $\boldsymbol{\delta}_1 = 0$, то первый закон динамики совпадает со вторым законом Ньютона. В общем случае, первый закон динамики значительно сильнее второго закона Ньютона. В частности, из него в качестве следствия вытекает третий закон Ньютона для закрытых тел А и В, т.е. тел, не обменивающихся массой:

$$\mathbf{F}(A,B) = -\mathbf{F}(B,A). \quad (34)$$

Следует обратить внимание, что центральность сил при этом не обязательна и не имеет смысла. Если тела A и B являются материальными точками и, кроме того, выполняется второй закон динамики Эйлера, то справедливо равенство

$$\mathbf{F}(A,B)\times(\mathbf{R}_A-\mathbf{R}_B)=0, \quad (35)$$

т.е. силы являются центральными. Хотя все сказанное должно быть общеизвестным, тем не менее недоразумения встречаются здесь очень часто. Рассмотрим один, но весьма типичный пример различия в рассуждениях, используемых физиками и механиками[8]. Пусть даны две материальные точки A и B с массами $m_A << m_B$. Пусть тело A движется со скоростью $\mathbf{v}_A$ и налетает на покоящееся тело B. Физики рассуждают следующим образом. Считая рассматриваемую систему точек изолированной, выписываем закон сохранения количества движения

$$m_A \mathbf{v}_A = m_A \mathbf{v}_A^+ + m_B \mathbf{v}_B^+, \tag{36}$$

где плюсами помечены скорости после удара. Закон (36) многократно проверялся во многих экспериментах. Было установлено, что при малых скоростях $\mathbf{v}_A$ он выполняется с высокой степенью точности, а при скоростях $\mathbf{v}_A$, сравнимых со скоростью света в пустоте, закон (36) нарушается. Его справедливость практически восстанавливается, если принять, что масса m_A зависит от скорости по принятому в релятивистской физике закону. Этот факт рассматривается в физике, как одно из доказательств зависимости массы от скорости. Столь простое устранение возникшего противоречия с экспериментом вполне устраивает большинство физиков. Однако для механика подобный способ рассуждений неприемлем, ибо с точки зрения рациональной механики масса не может зависеть от скорости, поскольку она, по определению, является объективным скаляром и потому не зависит от выбора системы отсчета. Поэтому трактовка результатов эксперимента, даваемая в физике, не приемлема в рамках рациональной механики, которая должна найти свое объяснение результатам эксперимента. С качественной точки зрения все выглядит достаточно понятно: поскольку закон (36) не выполняется, то допущение об изолированности рассматриваемой системы является неверным, т.е. на движущуюся частицу действуют какие-то силы. Чтобы выявить эти силы, необходимо принять во внимание, что известные эксперименты проводились с заряженными частицами, скорости которых доводились до нужных значений электромагнитным воздействием, которое затем выключалось. В физике считается, что электромагнитное поле порождается внешними источниками, при выключении которых оно исчезает[9] и, следовательно, ни на что не действует. С точки зрения механики, данный эксперимент показывает, что, даже при отсутствии внешних источников, электромагнитное поле присутствует. Именно оно и воздействует на движущуюся заряженную частицу, причем это воздействие эквивалентно кажущемуся росту массы. Вопрос, следовательно, сводится к построению механической модели электромагнитного поля и изучению его взаимодействия с "видимым веществом". К сожалению, сделать это значительно сложнее, чем ввести зависимость массы от скорости, но иного в механике не дано.

[8]Ни в данном месте, ни в последующем тексте автор не имеет намерения критиковать или давать оценки подходам, используемым в физике. Речь идет только о расхождениях в исходных позициях.

[9]Поле, создаваемое самой заряженной частицей, на частицу не действует.

4.2. Второй закон динамики Эйлера

Второй закон динамики Эйлера гласит:

Скорость изменения кинетического момента тела B, вычисленного относительно опорной точки Q, равна моменту, вычисленному относительно той же опорной точки и действующему на тело B со стороны его окружения B^e, плюс скорость подвода кинетического момента в тело B.

В математической форме второй закон имеет вид

$$\dot{\mathbf{K}}_2^Q(B) = \mathbf{M}^Q(B, B^e) + \boldsymbol{\delta}_2. \tag{37}$$

Дальнейшие подробности о понятии момента и способах его вычисления можно найти в работе [20]. Из (37) легко доказывается равенство

$$\mathbf{M}^Q(A, B) = -\mathbf{M}^Q(B, A) \tag{38}$$

Если тело B является системой материальных точек, то из (37) следует, что силы взаимодействия между точками системы по необходимости являются центральными. Поэтому, если эксперименты показывают, что силы взаимодействия между объектами системы не центральны, то эти объекты не могут считаться материальными точками. Так обстоит дело в теориях для некоторых типов кристаллов. Пусть тело B является многоспиновой частицей. Тогда уравнения (33) и (37) дают нам 6 уравнений. Поэтому нам необходимо сформулировать еще $N-1$ дополнительных уравнений. Для этого необходимо рассмотреть уравнения движения внутренних роторов многоспиновой частицы.

Уравнения движения роторов A_i

$$\dot{\mathbf{K}}_{1i}(A_i) = \mathbf{F}_i, \ \dot{\mathbf{K}}_{2i}(A_i) = \mathbf{M}_i^Q, \ i = 2,3,...,N, \tag{39}$$

где $\mathbf{F}_i$ и $\mathbf{M}^Q_i$ суть сила и момент, действующие на ротор A_i со стороны несущего тела A_1. Представим момент $\mathbf{M}^Q_i$ в следующей форме

$$\mathbf{M}_i^Q = M_{mi}\, \mathbf{n}_i' + \mathbf{M}_i^*, \ \mathbf{n}_i' \cdot \mathbf{M}_i^* = 0, \ M_{mi} = -\eta_i(\dot{\beta}_i - \omega_i), \ \eta_i > 0, \tag{40}$$

где $\omega_1 = const$ и $\eta_1 = const$ являются параметрами частицы. Умножая второе из уравнений (39) скалярно на $\mathbf{n}'$ и учитывая все, сказанное выше, без труда получаем следующие $N-1$ уравнений

$$\lambda_i\left(\dot{\beta}_i + \boldsymbol{\omega}\cdot\mathbf{n}_i'\right)^{\cdot} + \eta_i\left(\dot{\beta}_i - \omega_i\right) = 0, \ i = 2,3,...,N. \tag{41}$$

Уравнения (33), (37), (41) дают нам полную систему уравнений движения многоспиновой частицы.

Второй закон динамики не входит в базисные законы современной теоретической физики, что имеет далеко идущие последствия. Рассмотрим простой пример[10]. Допустим мы имеем несколько абсолютно твердых тел с одинаковыми тензорами инерции и одинаковой внешней формой. Допустим далее, что эти тела могут свободно вращаться вокруг неподвижной точки, относительно которой вычислялись тензоры инерции. Начальные условия для всех тел примем одинаковыми. Тогда наблюдаемые вращения всех тел будут совершенно одинаковыми. Измерим теперь

[10]Пример служит только для иллюстрации способа рассуждений, принятого в квантовой физике.

реакции на опорах. В результате обнаружим, что они у всех тел различны. Причина состоит в том, что реакции на опорах определяются движением центра масс тела. Но мы ведь не позаботились о том, чтобы все тела имели одинаковое расположение центра масс. Потому и реакции оказались разными. В данном примере и механики, и физики пришли бы к одинаковым выводам, и, разумеется, ни о каком крушении классической динамики речи бы не пошло. Здесь следует обратить внимание на следующее обстоятельство. Реакции определяются движением центра масс, но само это движение **полностью** определяется вторым законом динамики Эйлера, который игнорируется в квантовой физике. В результате, если аналогичный эксперимент проводится в микромире, то движение центра масс (никто ничего не знает о центре масс электрона или протона) попадает в категорию ненаблюдаемых величин, в то время как силы (реакции на опорах) и сами вращательные движения попадают в категорию наблюдаемых величин. В квантовой физике устанавливаются связи между наблюдаемыми величинами [27], т.е. в данном случае между вращательными движениями и реакциями на опорах. Более того, если речь идет об элементарной частице, рассматриваемой как точечное тело, то ее трансляционное движение вообще отсутствует, но силы возникают. Вывод, к которому приходят физики, гласит, что в микромире классическая динамика терпит крах. Вообразим теперь немного более сложную ситуацию. Пусть опорные точки рассматриваемых тел связаны жесткими связями, силы в которых (реакции на опорах или реакции связей) мы умеем измерять. Тогда обнаружится возникновение огромных сил (при достаточно высоких скоростях вращения), которые не порождены трансляционными движениями. В таких случаях физики опять говорят о чисто квантовомеханических эффектах, не предсказываемых классической динамикой. На этом простом, хотя и гипотетическом, примере мы хотели показать, как могут возникать всякого рода странности при игнорировании второго закона динамики. По нашему мнению, именно игнорирование спинорных движений, на которых держится весь микромир, и второго закона динамики привело к отказу от классической механики и созданию квантовой физики.

4.3. Уравнение баланса энергии

Первые два закона динамики относительно просты в приложениях. Этого нельзя сказать о третьем и четвертом законах механики, которые больше известны под именами первого и второго законов термодинамики. Здесь существует целый ряд еще не решенных проблем[11], связанных с понятиями внутренней энергии, температуры и энтропии. Обсуждение этих проблем мы оставим за рамками данной работы и ограничимся только формулировками законов термодинамики. В частности, уравнение баланса энергии сводится к утверждению:

Скорость изменения полной энергии тела B равна мощности внешних воздействий N(B, B^e) плюс скорость подвода энергии "не механического происхождения".

В дополнение к уже введенным понятиям здесь появляется новое понятие полной энергии, которая обычно представляется в виде суммы кинетической энергии тела *B* и его внутренней энергии. Поскольку кинетическая энергия тела полностью определена, то проблема сводится к определению внутренней энергии. Во многих, но далеко не во всех, случаях решение этой проблемы известно. Существуют серьезные затруднения и с полным формальным определением энергии "не механического происхождения". Вольно говоря, это та энергия, которой тело *B* обменивается со своим окружением в дополнение к обмену энергией через посредство мощности внешних воздействий. Обычно это происходит в форме тепловой энергии, но это не обязательно так. Просто для иллюстрации приведем математическую форму уравнения баланса энергии применительно к одной многоспиновой частице

$$\left(K+U_p\right)^{\bullet} = \mathbf{F}\cdot\mathbf{V}+\mathbf{M}\cdot\boldsymbol{\omega}+\delta, \qquad (42)$$

где U_p есть внутренняя энергия частицы, δ есть скорость подвода энергии "не механического происхождения" в частицу. Для "стандартных" частиц внутренняя энергия сохраняется постоянной, т.е. $U_p = const$. Это означает, что частица не содержит внутренних накопителей энергии типа упругих элементов. В таком случае легко вычислить величину δ. В самом деле, умножая (33) на вектор $\mathbf{V}$ и т.д., получаем

$$\dot{K} = \mathbf{F}\cdot\mathbf{V}+\mathbf{M}\cdot\boldsymbol{\omega} - \sum_{i=2}^{N}\eta_i\dot{\beta}_i\left(\dot{\beta}_i-\omega_i\right). \qquad (43)$$

Из сравнения уравнений (43) и (42) мы видим

$$\delta = -\sum_{i=2}^{N}\eta_i\dot{\beta}_i\left(\dot{\beta}_i-\omega_i\right). \qquad (44)$$

Величина δ порождается внешним источником энергии, например электрическим прибором. Все, сказанное выше, крайне схематично и просто перечисляет моменты, на которые следует обратить внимание. Второй закон термодинамики будет введен ниже.

5. КОНТИНУУМ МНОГОСПИНОВЫХ ЧАСТИЦ

5.1. Материальная производная

В последующем электромагнитное поле моделируется некоей сплошной средой, заполняющей все пространство. Видимо, можно считать, что оно в некотором смысле неподвижно в абсолютном пространстве Ньютона. Тем не менее, у нас нет возможности ввести такую систему отсчета, которая была бы неподвижна относительно электромагнитного поля. Выберем некоторую инерциальную систему

[11] В учебниках теоретической физики создается впечатление, что здесь все ясно. Однако принятый там уровень строгости неприемлем для рациональной механики.

отсчета, с помощью которой будут записываться все основные уравнения. Эта система отсчета движется относительно электромагнитного поля. Поэтому в некоторой фиксированной области системы отсчета в разные моменты времени оказываются разные области электромагнитного поля. Это означает, что при построении теории электромагнитного поля необходимо использовать так называемое пространственное описание. Для этого нам понадобится понятие материальной производной, играющей важную роль при пространственном описании сплошных сред.

Рассмотрим сплошную среду, целиком заполняющую односвязную или многосвязную область в выбранной системе отсчета. Эта среда как-то движется относительно системы отсчета. В частности, среда может и покоится, а система отсчета движется относительно среды. С кинематической точки зрения это безразлично. При пространственном описании важную роль играет поле скоростей $\mathbf{V}(\mathbf{x}, t)$, где вектор $\mathbf{x}$ задает точку системы отсчета. Тогда вектор $\mathbf{V}(\mathbf{x}, t)$ определяет скорость той частицы среды, которая в данный момент времени t находится в точке $\mathbf{x}$. Пусть нам дано некоторое поле $\mathbf{K}(\mathbf{x}, t)$, которое может быть скаляром, вектором или тензором любого ранга. Оно характеризует некое физическое свойство среды.

Определение: *материальной производной свойства* $\mathbf{K}(\mathbf{x},t)$ *называется предел отношения*

$$\frac{\delta}{\delta t}\mathbf{K}(\mathbf{x},t) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\mathbf{K}(\mathbf{x}+\Delta\mathbf{s},t+\Delta t)-\mathbf{K}(\mathbf{x},t)}{\Delta t},\ \ \Delta\mathbf{s} = \mathbf{V}(\mathbf{x},t)\Delta t. \qquad (45)$$

В этом определении $\Delta\mathbf{s}$ (с точностью до членов второго порядка малости) есть путь, пройденный частицей, которая в момент времени t находилась в точке $\mathbf{x}$, за время Δt. Числитель в (45) можно переписать в виде следующего разложения

$$\mathbf{K}(\mathbf{x}+\Delta\mathbf{s}, t+\Delta t) = \mathbf{K}(\mathbf{x}, t+\Delta t) + \Delta\mathbf{s}\cdot\nabla\,\mathbf{K}(\mathbf{x}, t+\Delta t).$$

Теперь из определения (45) следует

$$\frac{\delta}{\delta t}\mathbf{K}(\mathbf{x},t) = \frac{d}{dt}\mathbf{K}(\mathbf{x},t)+\mathbf{V}(\mathbf{x},t)\cdot\nabla\mathbf{K}(\mathbf{x},t). \qquad (46)$$

В первом слагаемом правой части этого выражения объективный оператор полного дифференцирования по времени можно заменить на необъективный оператор частного дифференцирования по времени, но лучше этого не делать. В данной работе мы будем придерживаться указанного выше определения, чтобы избежать возможных недоразумений при заменах системы отсчета, когда вектор $\mathbf{x}$ сам начинает зависеть от времени. Между прочим, именно использование необъективных операторов привело к известным проблемам в классической электродинамике движущихся тел и, в конечном счете, созданию специальной теории относительности. Вычислим материальную производную от вектора положения $\mathbf{x}$ частицы, находящейся в данный момент времени в точке $\mathbf{x}$ системы отсчета

$$\frac{\delta\mathbf{x}}{\delta t} = \frac{d\mathbf{x}}{dt}+\mathbf{V}(\mathbf{x},t)\cdot\nabla\mathbf{x} = \mathbf{V}(\mathbf{x},t)\cdot\mathbf{E} = \mathbf{V}(\mathbf{x},t). \qquad (47)$$

Для материальной производной справедливы все правила дифференцирования. Например,

$$\frac{\delta}{\delta t}(\mathbf{a}\otimes\mathbf{b}) = \frac{\delta\mathbf{a}}{\delta t}\otimes\mathbf{b}+\mathbf{a}\otimes\frac{\delta\mathbf{b}}{\delta t}. \qquad (48)$$

С другой стороны, известно, что оператор полного дифференцирования по времени и оператор-градиент перестановочны. Для материальной производной, как видно из определения, это не верно

$$\frac{d}{dt}\nabla = \nabla\frac{d}{dt},\ \ \frac{\delta}{\delta t}\nabla \neq \nabla\frac{\delta}{\delta t}. \qquad (49)$$

В важном частном случае, когда скорость $\mathbf{V} = const$, операторы градиента и материальной производной перестановочны

$$\frac{\delta}{\delta t}\nabla = \nabla\frac{\delta}{\delta t}. \qquad (50)$$

Вычисляя материальную производную от вектора скорости частицы, находим вектор ее ускорения

$$\mathbf{W}(\mathbf{x},t) = \frac{\delta}{\delta t}\mathbf{V}(\mathbf{x},t) = \frac{d}{dt}\mathbf{V}(\mathbf{x},t)+\mathbf{V}(\mathbf{x},t)\cdot\nabla\mathbf{V}(\mathbf{x},t). \qquad (51)$$

Рассмотрим менее привычную ситуацию. Пусть, например, $\mathbf{K}(\mathbf{x},t)=\mathbf{P}(\mathbf{x},t)$, где $\mathbf{P}(\mathbf{x},t)$ есть тензор поворота частицы, находящейся в точке $\mathbf{x}$ в момент времени t. Как найти ее угловую скорость? Нетрудно понять, что для этого необходимо использовать следующую модификацию уравнения Пуассона (3)

$$\frac{\delta}{\delta t}\mathbf{P}(\mathbf{x},t) \equiv \frac{d}{dt}\mathbf{P}(\mathbf{x},t)+\mathbf{V}(\mathbf{x},t)\cdot\nabla\mathbf{P}(\mathbf{x},t) = \boldsymbol{\omega}(\mathbf{x},t)\times\mathbf{P}(\mathbf{x},t). \qquad (52)$$

Присутствие в этом определении скорости $\mathbf{V}(\mathbf{x},t)$ вносит дополнительные усложнения при написании уравнения баланса энергии, как это будет видно ниже.

5.2. Интегральная и локальная формы закона сохранения частиц

Обратимся к рассмотрению закона сохранения частиц. Выберем некоторую инерциальную систему отсчета. Пусть Z есть данное множество многоспиновых частиц. Пусть V есть некоторая фиксированная область в системе отсчета. Граница V есть замкнутая поверхность $S = \partial V$. Пусть далее $\varrho(\mathbf{x},t)dV$ есть число частиц в бесконечно малой окрестности точки $\mathbf{x} \subset V$ в актуальный момент времени t

$$\varrho(x,t) \geq 0. \qquad (53)$$

Закон сохранения частиц в интегральной форме имеет вид

$$\frac{d}{dt}\int\limits_{(V)}\rho(\mathbf{x},t)dV = -\int\limits_{(S)}\rho\mathbf{n}\cdot\mathbf{V}dS,\ \ \int\limits_{(S)}\mathbf{n}\cdot(\rho\mathbf{V})dS = \int\limits_{(V)}\nabla\cdot(\rho\mathbf{V})dV. \qquad (54)$$

Учитывая произвольность выбора области интегрирования, отсюда получаем локальную форму закона сохранения частиц

$$\frac{d\rho}{dt}+\nabla\cdot(\rho\mathbf{V}) = 0. \qquad (55)$$

С использованием материальной производной это уравнение принимает вид

$$\frac{\delta\rho}{\delta t}+\rho\nabla\cdot\mathbf{V} = 0 \Rightarrow \frac{\delta(\ln\rho)}{\delta t}+\nabla\cdot\mathbf{V} = 0. \qquad (56)$$

5.3. Интегральная и локальная формы первого закона динамики

Количество движения частиц, находящихся в области V, определяется следующим выражением

$$\mathbf{K}_1^* = \int_{(V)} \rho(\mathbf{x},t)\mathbf{K}_1(\mathbf{x},t)dV(\mathbf{x}), \tag{57}$$

где плотность количества движения $\mathbf{K}_1$ определяется выражением (28). Первый закон динамики Эйлера записывается в виде равенства

$$\frac{d}{dt}\int_{(V)} \rho\mathbf{K}_1 dV = \int_{(V)} \rho\mathbf{F}dV + \int_{(S)} \mathbf{T}_{(n)}dS - \int_{(S)} \rho(\mathbf{n}\cdot\mathbf{V})\mathbf{K}_1 dV, \tag{58}$$

где последнее слагаемое определяет подвод количества движения в область V, который имеет место, например, за счет движения системы отсчета относительно среды. Покажем, что при пространственном описании применимы стандартные методы введения тензора напряжений и других подобных ему величин. Последнее слагаемое в правой части уравнения (58) перепишем в виде

$$\int_{(S)} \mathbf{n}\cdot(\rho\mathbf{V}\otimes\mathbf{K}_1)dS = \int_{(V)} \nabla\cdot(\rho\mathbf{V}\otimes\mathbf{K}_1)dV.$$

Теперь первый закон динамики можно переписать в виде

$$\underbrace{\frac{d}{dt}\int_{(V)} \rho\mathbf{K}_1 dV}_{O(\varepsilon^3)} = \underbrace{\frac{d}{dt}\int_{(V)} [\rho\mathbf{F} - \nabla\cdot(\rho\mathbf{V}\otimes\mathbf{K}_1)]dV}_{O(\varepsilon^3)} + \underbrace{\int_{(S)} \mathbf{T}_{(n)}dS}_{O(\varepsilon^2)}.$$

Отсюда мы видим, что справедливо следующее равенство

$$\int_{(S)} \mathbf{T}_{(n)}dS = 0. \tag{59}$$

Используя стандартные рассуждения, вводим в рассмотрение тензор напряжений

$$\mathbf{T}_{(n)} = \mathbf{n}\cdot\mathbf{T}. \tag{60}$$

Таким образом, мы имеем

$$\int_{(V)} \left[(\rho\mathbf{K}_1)^{\cdot} - \rho\mathbf{F} + \nabla\cdot(\rho\mathbf{V})\mathbf{K}_1 + \rho\mathbf{V}\cdot\nabla\mathbf{K}_1 - \nabla\cdot\mathbf{T}\right]dV = 0.$$

В локальной форме первый закон динамики принимает вид

$$\nabla\cdot\mathbf{T} + \rho\mathbf{F} = \rho\left(\frac{d}{dt}\mathbf{K}_1 + \mathbf{V}\cdot\nabla\mathbf{K}_1\right) \equiv \frac{\delta}{\delta t}\mathbf{K}_1(\mathbf{x},t),\ \ \mathbf{K}_1 = m\mathbf{V}(\mathbf{x},t), \tag{61}$$

где $m = const$ есть масса частицы, находящейся в точке $\mathbf{x}$ в актуальный момент времени. Величина ϱ_m есть плотность массы.

5.4. Интегральная и локальная формы второго закона динамики

Запишем второй закон динамики Эйлера

$$\frac{d}{dt}\int_{(V)} \rho\mathbf{K}_2 dV = \int_{(V)} \rho(\mathbf{x}\times\mathbf{F} + \mathbf{L})dV + \int_{(S)} (\mathbf{x}\times\mathbf{T}_{(n)} + \mathbf{M}_{(n)})dS - \int_{(S)} \rho(\mathbf{n}\cdot\mathbf{V})\mathbf{K}_2 dS, \tag{62}$$

где $\mathbf{K}_2$ определяется выражением (31), $\mathbf{L}$ есть массовая плотность внешнего момента. Стандартные рассуждения позволяют ввести в рассмотрение формулы Коши

$$\mathbf{M}_{(n)} = \mathbf{n}\cdot\mathbf{M} \tag{63}$$

и локальную форму второго закона

$$\nabla\cdot\mathbf{M} + \mathbf{T}_\times + \rho\mathbf{L} = \rho\frac{\delta}{\delta t}\mathbf{K}_2(\mathbf{x},t), \tag{64}$$

где через вектор $\mathbf{K}_2$ обозначен уже не весь кинетический момент частицы, а только ее динамический спин

$$\mathbf{K}_2 = \mathbf{P}(\mathbf{x},t)\cdot\mathbf{C}\cdot\mathbf{P}^T(\mathbf{x},t)\cdot\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x},t) + \sum_{i=2}^N \lambda_i\frac{\delta\beta_i}{\delta t}(\mathbf{x},t)\mathbf{n}_i'(\mathbf{x},t), \tag{65}$$

тензор $\mathbf{C}$ определен выражением (26). К этому уравнению необходимо добавить уравнения движения роторов (41)

$$\lambda_i\frac{\delta}{\delta t}\left(\frac{\delta}{\delta t}\beta_i(\mathbf{x},t) + \omega(\mathbf{x},t)\cdot\mathbf{n}_i'(\mathbf{x},t)\right) + \eta_i\left(\frac{\delta}{\delta t}\beta_i(\mathbf{x},t) - \omega_i(\mathbf{x})\right) = 0,\ \ i = 2,3,\ldots,N. \tag{66}$$

5.5. Интегральная и локальная формы уравнения баланса энергии

Полная энергия частиц, попадающих в область V в системе отсчета, может быть представлена в следующем виде

$$E = \int_{(V)} \rho(\mathsf{K} + \mathsf{U})dV, \tag{67}$$

где K, U суть плотности кинетической и внутренней энергий соответственно, причем плотность кинетической энергии определена выражением (25). Уравнение баланса энергии или первый закон термодинамики для произвольной сплошной среды записывается в форме равенства:

$$\frac{d}{dt}\int_{(V)} \rho(\mathsf{K}+\mathsf{U})dV = \int_{(V)} \rho[\mathbf{F}\cdot\mathbf{V} + \mathbf{L}\cdot\boldsymbol{\omega} + q]dV + \int_{(S)} \left(\mathbf{T}_{(n)}\cdot\mathbf{V} + \mathbf{M}_{(n)}\cdot\boldsymbol{\omega} + h_{(n)}\right)dS - \int_{(S)} \rho\mathbf{n}\cdot\mathbf{V}(\mathsf{K}+\mathsf{U})dS, \tag{68}$$

где тепловой поток $h_{(n)}$ выражается через вектор потока тепла $\mathbf{h}$ по закону Фурье–Стокса

$$h_{(n)} = \mathbf{n}\cdot\mathbf{h}. \tag{69}$$

В локальной форме уравнения баланса энергии записывается в следующем виде

$$\rho\frac{\delta\mathsf{U}}{\delta t} = \mathbf{T}^T\cdot\cdot(\nabla\mathbf{V} + \mathbf{E}\times\boldsymbol{\omega}) + \mathbf{M}^T\cdot\cdot\nabla\boldsymbol{\omega} + \nabla\cdot\mathbf{h} + \rho q + \sum_{i=2}^N \eta_i\frac{\delta\beta_i}{\delta t}\left(\frac{\delta\beta_i}{\delta t} - \omega_i\right). \tag{70}$$

В такой форме уравнение баланса энергии еще мало о чем говорит. В частности, отсюда не видно от каких аргументов зависит внутренняя энергия. При построении конкретных теорий уравнение баланса энергии должно быть преобразовано к следующей форме

$$\rho\frac{\delta\mathsf{U}}{\delta t} = \mathbf{T}^T\cdot\cdot\frac{\delta\mathbf{A}}{\delta t} + \mathbf{M}^T\cdot\cdot\frac{\delta\mathbf{B}}{\delta t} + \nabla\cdot\mathbf{h} + \rho q + \sum_{i=2}^N \eta_i\frac{\delta\beta_i}{\delta t}\left(\frac{\delta\beta_i}{\delta t} - \omega_i\right), \tag{71}$$

где тензоры $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ называются первой и второй мерой деформации соответственно. При пространственном описании введение мер деформации часто оказывается весьма не простой процедурой. Если эту процедуру делать корректно, то сразу выяснится, что меры деформации отнюдь не являются чисто геометрическими параметрами, а зависят от свойств материала. Сказанное оказывается важным, например, при описании неупругих материалов. Здесь мы не будем выполнять обсуждаемую процедуру в общем виде. Для электромагнитного поля она будет описана ниже. Из уравнения (71) сразу видно, что внутренняя энергия зависит от тензоров **A** и **B**, но не только от них.

5.6. Приведенное неравенство диссипации энергии

Четвертый фундаментальный закон механики — это второй закон термодинамики или неравенство производства энтропии. В основании второго закона термодинамики лежит экспериментальный факт, согласно которому вся механическая работа может быть переведена в тепло, но полностью перевести тепло в работу невозможно. За этим экспериментальным фактом стоит теоретическая идея фундаментальной важности о несуществовании изолированных систем, если только под системой не понимать всю проявленную и непроявленную Вселенную. Механическая работа совершается рассматриваемой системой, и потому она полностью может быть учтена и переведена в тепло. В противоположность этому тепло — это глобальная характеристика, которую принципиально нельзя локализовать. Тепло неизбежно излучается из системы, в том числе и в непроявленную, т.е. в неучитываемую нами Вселенную. Если внимательно проанализировать сказанное, то можно придти к выводу, что второй закон термодинамики утверждает существование эфира вообще и электромагнитного поля в частности. Отсюда следует невозможность последовательного введения понятия температуры без привлечения электромагнитного поля.

Второй закон термодинамики будем использовать в форме неравенства Клаузиуса–Дюгема–Труделла [26]

$$\frac{d}{dt}\int_{(V)}\rho H\,dV+\int_{(S)}\rho\mathbf{n}\cdot\mathbf{V}H\,dS\ge$$
$$\ge\int_{(S)}\frac{\mathbf{n}\cdot\mathbf{h}}{\vartheta}dV+\int_{(V)}\frac{1}{\vartheta}\left[\rho q+\sum_{i=2}^{N}\eta_i\frac{\delta\beta_i}{\delta t}\left(\frac{\delta\beta_i}{\delta t}-\omega_i\right)\right]dV, \tag{72}$$

где функция H есть плотность энтропии, ϑ — температура. В локальной форме это неравенство сводится к следующему

$$\rho\frac{\delta H}{\delta t}\ge\frac{1}{\vartheta}\left[\nabla\cdot\mathbf{h}+\rho q+\sum_{i=2}^{N}\eta_i\frac{\delta\beta_i}{\delta t}\left(\frac{\delta\beta_i}{\delta t}-\omega_i\right)\right]-\frac{1}{\vartheta^2}\mathbf{h}\cdot\nabla\vartheta. \tag{73}$$

Исключая отсюда тепловые слагаемые с помощью уравнения баланса энергии (70), получаем приведенное неравенство диссипации

$$\rho\vartheta\frac{\delta H}{\delta t}\ge\rho\frac{\delta \mathsf{U}}{\delta t}-\mathbf{T}^T\cdot\cdot(\nabla\mathbf{V}+\mathbf{E}\times\boldsymbol{\omega})-\mathbf{M}^T\cdot\cdot\nabla\boldsymbol{\omega}-\frac{1}{\vartheta}\mathbf{h}\cdot\nabla\vartheta. \tag{74}$$

Если в рассмотрение ввести плотность свободной энергии $\mathsf{F}=\mathsf{U}-\vartheta H$, то этому неравенству можно придать вид

$$\rho\frac{\delta\mathsf{F}}{\delta t}+\rho H\frac{\delta\vartheta}{\delta t}-\mathbf{T}^T\cdot\cdot(\nabla\mathbf{V}+\mathbf{E}\times\boldsymbol{\omega})-\mathbf{M}^T\cdot\cdot\nabla\boldsymbol{\omega}-\frac{1}{\vartheta}\mathbf{h}\cdot\nabla\vartheta\le 0. \tag{75}$$

Приведенное неравенство диссипации должно выполняться при всех мыслимых процессах, протекающих в среде. Поскольку в это неравенство никакие внешние параметры не входят, то оно доставляет ограничения, налагаемые на определяющие уравнения среды. Чтобы воспользоваться этим неравенством, его необходимо преобразовать к виду (71).

6. КЛАССИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА МАКСВЕЛЛА

Прежде чем обратиться к рассмотрению общей теории, полезно посмотреть, как получаются классические уравнения Максвелла.

Примем следующие предположения, которые весьма ограничительны, но в последующем они будут существенно ослаблены

$$\mathbf{V}=0,\quad \mathbf{T}=0\quad\Rightarrow\quad\varrho=const. \tag{76}$$

В рассматриваемом случае материальная производная совпадает с полной производной по времени. Кроме того, будем рассматривать только изотермические (или адиабатические) процессы. Тензор моментных напряжений будем считать антисимметричным

$$\mathbf{M}=\mathbf{B}\times\mathbf{E}_*\ \Rightarrow\ \nabla\cdot\mathbf{M}=\nabla\times\mathbf{B}, \tag{77}$$

где $\mathbf{E}_*$ есть единичный тензор, а вектор **B** будем называть вектором магнитного поля. При этих ограничениях первый закон динамики Эйлера превращается в тождество, а второй закон динамики Эйлера принимает вид

$$\nabla\times\mathbf{B}+\rho\mathbf{L}=\rho\frac{d\mathbf{K}_2}{dt}. \tag{78}$$

Уравнение баланса энергии принимает совсем простой вид

$$\rho\frac{d\mathsf{U}}{dt}=-\mathbf{B}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{\omega}). \tag{79}$$

Кинетический момент примем в простейшей из всех возможных форм

$$c^{-1}\mathbf{E}=\varrho\mathbf{K}_2=\lambda\boldsymbol{\omega},\ c=const. \tag{80}$$

Вектор **E**, введенный вместо вектора кинетического момента частицы, будем называть вектором электрического поля. Наконец, примем, что повороты частиц являются малыми. Тогда вектор угловой скорости вычисляется по вектору малого поворота $\boldsymbol{\theta}$ посредством простейшей формулы [18]

$$\boldsymbol{\omega}=\frac{d\boldsymbol{\theta}}{dt}\ \Rightarrow\ \mathbf{E}=c\lambda\frac{d\boldsymbol{\theta}}{dt}. \tag{81}$$

Подставляя (80) в уравнение (78), получаем

$$\nabla\times\mathbf{B}+\rho\mathbf{L}=\frac{1}{c}\frac{d\mathbf{E}}{dt}. \tag{82}$$

Именно это уравнение было впервые выведено Дж. Максвеллом, причем роль внешнего момента у Максвелла играл ток. Уравнение баланса энергии (79) с учетом (81) принимает вид

$$\rho\frac{d\mathsf{U}}{dt}=-\mathbf{B}\cdot\frac{d}{dt}(\nabla\times\boldsymbol{\theta}). \tag{83}$$

Для внутренней энергии также примем простейшее представление

$$\rho\mathsf{U}=\frac{1}{2}\kappa\,|\nabla\times\boldsymbol{\theta}|^2,\ \kappa=\text{const}>0. \tag{84}$$

Тогда для вектора магнитного поля **B**, согласно (83), получим

$$\mathbf{B} = -\kappa \nabla \times \boldsymbol{\theta}. \qquad (85)$$

Подставив (81) и (85) в (82), можно получить дифференциальное уравнение для вектора поворота $\boldsymbol{\theta}$

$$\kappa\left(\nabla \cdot \nabla \boldsymbol{\theta} - \nabla\nabla \cdot \boldsymbol{\theta}\right) + \rho \mathbf{L} = c\lambda \frac{d^2\boldsymbol{\theta}}{dt^2}. \qquad (86)$$

Однако можно действовать иначе. Исключая вектор поворота из выражений для вектора электрического поля **E** и вектора магнитного поля **B**, получаем следующее уравнение неразрывности

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{d\mathbf{B}}{dt}, \ \kappa = \lambda c^2. \qquad (87)$$

Это и есть второе уравнение Максвелла. В физике это уравнение известно под именем закона индукции Фарадея. Именно с него начиналась электродинамика Максвелла. Сам Максвелл предложил уравнение (82), в котором роль момента $\varrho\mathbf{L}$ играет ток $4\pi/c\mathbf{J}$. Как видим, при рассматриваемом подходе уравнение (87) не выражает какого-либо физического закона, а является просто уравнением совместности. Выпишем теперь уравнения (82) и (87) в виде системы и в том порядке, как это принято в физике

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{d\mathbf{B}}{dt}, \ \nabla \times \mathbf{B} + \rho \mathbf{L} = \frac{1}{c}\frac{d\mathbf{E}}{dt}. \qquad (88)$$

Пришли к уравнениям, которые по форме в точности совпадают с классическими уравнениям Максвелла в трактовке Хевисайда. Имеется, впрочем, одно различие: в правых частях уравнений Максвелла, используемых в физике, стоят частные производные по времени, что невозможно с точки зрения механики, поскольку операторы частного дифференцирования по времени необъективны. Об этом обстоятельстве еще пойдет речь позднее.

Таким образом, выше была рассмотрена некая сплошная среда. Использовав стандартные рассуждения механики сплошных сред, мы вывели для нее все основные соотношения и получили замкнутую систему уравнений, которая по своему виду полностью совпала с уравнениями Максвелла, причем влияние заряда на поле учитывается вектором $\varrho\mathbf{L}$. По воззрениям, принятым в современной теоретической физике, последние описывают электромагнитное поле, которое, в свою очередь, является некоей абстракцией, дающей удобное описание электромагнитных взаимодействий, но не имеющей материального носителя. Подобная точка зрения принципиально отличается от точки зрения, которая была выдвинута М. Фарадеем и реализована, по мере возможностей того времени, Дж. Максвеллом. Как было отмечено во введении, исходная точка зрения автора данной статьи совпадает с позицией Фарадея и Максвелла. Обратимся к обсуждению полученных уравнений.

Во-первых, полное внешнее сходство полученных уравнений с уравнениями Максвелла не означает, что они полностью эквивалентны. Фактически уравнения (88) более информативны. В самом деле, в классических уравнениях неясен тип векторов **E** и **B**. Известно только, что если **E** полярен, то **B** аксиален и наоборот. Считается [28] (стр. 75), что выбор типа вектора электрического поля условен и может быть сделан произвольно. В современной физике принято, что вектор электрического поля полярен. Отмеченный произвол отсутствует в уравнениях (88), где вектор **E** однозначно аксиален, а вектор **B** полярен. Отсюда вытекают важные следствия. В частности, если посмотреть на формулу Лоренца (1), то сразу видим, что либо сама формула Лоренца неприемлема, либо заряд является аксиальным скаляром, т.е. является некоей характеристикой вращательного движения. В данной работе проблема заряда не обсуждается, но указанное свойство заряда будет принципиально важным при построении теории взаимодействия электромагнитного поля с веществом.

Во-вторых, предлагаемые уравнения показывают, что говорить об их инвариантности относительно преобразований Галилея или преобразований Лоренца совершенно бессмысленно, ибо они справедливы в одной и только одной системе отсчета, которая неподвижна относительно электромагнитного поля. Это следует из ограничения (76).

В-третьих, уравнения (88) имеют ясную механическую интерпретацию. Это важно в силу следующих соображений. Допустим, что по тем или иным причинам нас не удовлетворяют классические уравнения Максвелла и в них нужно внести какие-то изменения. Это отнюдь не гипотетическое допущение, ибо известно, что классические уравнения не позволяют построить последовательную теорию атома[12]. Следовательно, изменения нужны, но что именно нужно менять? Классические уравнения не дают никакого ответа на этот вопрос. Наличие механической интерпретации не только дает направление уточнений, но и показывает их настоятельную необходимость, что и будет сделано в следующем разделе. Отметим, что механическую интерпретацию собственно уравнений Максвелла можно дать и в рамках ньютоновской механики, как это показано в работе [21], различие которой с данной работой в том, что в первой вектор поворота заменен вектором перемещения. При этом возникает некая неприятность. В самом деле, допустим, что в формуле (81) мы заменили вектор $\lambda\boldsymbol{\theta}$ на вектор перемещения **u**. Тогда в электростатике вектор перемещения линейно зависит от времени и нарастает во времени до бесконечности, что никому не может понравиться. Если же во времени нарастает вектор поворота, то в этом ничего плохого нет, поскольку частица вращается, не меняя своего положения в пространстве.

В-четвертых, механический смысл уравнений (88) дает ответ на вопрос: "как может Земля двигаться сквозь упругую среду, какой по существу является светоносный

[12]По этому поводу можно посмотреть книги по квантовой физике. Некоторые соображения можно найти в работе [21].

эфир? ” (Лорд Кельвин, 1900 г.). Выше была рассмотрена среда, которая по построению является упругой, но она не может оказывать силового воздействия на тела, поскольку эта среда может взаимодействовать с другими телами только посредством моментов.

7. ОБЩАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Выше мы рассмотрели классическую электродинамику и видели, что для ее получения пришлось принять весьма сильные ограничения. Например, ограничение $\mathbf{V} = 0$ исключает возможность замены системы отсчета. Поэтому необходимо рассмотреть более общую ситуацию. Примем следующие допущения

$$\mathbf{T} = \tau + \mathbf{D}\times\mathbf{E}_*,\ \tau = \tau^{\mathrm{T}},\ \mathbf{M} = \mathbf{B}\times\mathbf{E}_*,\ \mathbf{V} = \text{const}. \qquad (89)$$

где $\mathbf{E}_*$ есть единичный тензор. Последнее ограничение не препятствует замене инерциальных систем отсчета. При принятых ограничениях из закона сохранения частиц следует, что плотность частиц удовлетворяет условию

$$\varrho(\mathbf{x},t) = \varrho(\mathbf{x} - \mathbf{V}t).$$

В частности, для однородной среды имеем ϱ=const. Первый закон динамики (61) принимает вид

$$\nabla\cdot\boldsymbol{\tau} + \nabla\times\mathbf{D} = 0. \qquad (90)$$

Это равенство налагает ограничение на симметричную часть тензора напряжений, который в дальнейшем нам не понадобится. Важно только то, что тензор напряжений в среде самоуравновешен, т.е. такая среда не оказывает силового воздействия на другие тела. Второй закон динамики (64) принимает вид

$$\nabla\times\mathbf{B} - 2\mathbf{D} + \rho\mathbf{L} = \rho\frac{\delta\mathbf{K}_2}{\delta t}. \qquad (91)$$

В дальнейшем ограничимся рассмотрением только двухспиновых частиц. Тогда для кинетического момента вместо (65) будем иметь представление

$$\mathbf{K}_2 = \mathbf{P}(\mathbf{x},t)\cdot\mathbf{C}\cdot\mathbf{P}^T(\mathbf{x},t)\cdot\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x},t) + \lambda_0\frac{\delta\beta_0(\mathbf{x},t)}{\delta t}\mathbf{P}(\mathbf{x},t)\cdot\mathbf{n}(\mathbf{x},t). \qquad (92)$$

Примем, что несущее тело частицы обладает трансверсально изотропным тензором инерции с осью изотропии $\mathbf{n}$, совпадающей с осью вращения ротора. Кроме того, будем считать, что центры масс несущего тела и ротора расположены на прямой $\mathbf{n}$. В таком случае тензор инерции $\mathbf{C}$, определенный формулой (26), принимает вид

$$\mathbf{C} = \lambda\mathbf{n}\otimes\mathbf{n} + \mu(\mathbf{E}_* - \mathbf{n}\otimes\mathbf{n}), \qquad (93)$$

где приняты обозначения

$\lambda = \lambda_1 + \lambda_0$, $\mu = \mu_1 + \mu_0 + m_1 l_1^2 + m_0 l_0^2$, $\mathbf{r} - \mathbf{r}_1 = l_1\mathbf{n}$, $\mathbf{r} - \mathbf{r}_0 = l_0\mathbf{n}$,

индекс 1 относится к несущему телу, а ротору отвечает индекс 0. В принятых обозначениях кинетический момент (92) можно представить в следующей форме

$$(\rho c)^{-1}\mathbf{E} = \mathbf{K}_2 = \mu\boldsymbol{\omega} + \left[(\lambda-\mu)(\boldsymbol{\omega}\cdot\mathbf{n}') + \lambda_0\frac{\delta\beta_0}{\delta t}\right]\mathbf{n}',\ \mathbf{n}' = \mathbf{P}(\mathbf{x},t)\cdot\mathbf{n}, \qquad (94)$$

где вектор $\mathbf{E}$ по-прежнему будем называть вектором электрического поля. К уравнению (92) необходимо добавить уравнение движения ротора

$$\lambda_0\frac{\delta}{\delta t}\left(\frac{\delta\beta_0}{\delta t} + \boldsymbol{\omega}\cdot\mathbf{n}'\right) + \eta\left(\frac{\delta\beta_0}{\delta t} - \omega_0\right) = 0, \qquad (95)$$

где η и ω_0 суть заданные параметры.

Обратимся к приведенному неравенству диссипации (75). С учетом допущений (89) оно принимает вид

$$\rho\frac{\delta\mathsf{F}}{\delta t} + \rho H\frac{\delta\vartheta}{\delta t} - 2\mathbf{D}\cdot\boldsymbol{\omega} + \mathbf{B}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{\omega}) - \frac{1}{\vartheta}\mathbf{h}\cdot\nabla\vartheta \le 0. \qquad (96)$$

Теперь необходимо преобразовать это выражение к виду (71). Из уравнения (52) имеем

$$\boldsymbol{\omega} = -\frac{1}{2}\left[\frac{\delta\mathbf{P}}{\delta\mathbf{t}}\cdot\mathbf{P}^{\mathbf{T}}\right]_\times. \qquad (97)$$

Нетрудно доказать тождество, справедливое для любого вектора $\mathbf{a}$

$$\mathbf{a}\cdot\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2}(\mathbf{a}\times\mathbf{P})^T\cdot\cdot\frac{\delta\mathbf{P}}{\delta t}. \qquad (98)$$

Несколько сложнее обстоит дело с преобразованием слагаемого, содержащего множитель $\nabla\times\boldsymbol{\omega}$. Будем действовать следующим образом. Введем в рассмотрение тензор второго ранга $\mathbf{F}(\mathbf{x},t)$, называемый второй мерой деформации, посредством уравнения

$$\frac{\partial}{\partial x^s}\mathbf{P} = \mathbf{F}_s\times\mathbf{P} \ \Rightarrow\ \nabla\mathbf{P} = \mathbf{F}\times\mathbf{P},\ \nabla\equiv\mathbf{g}^s\frac{\partial}{\partial x^s},\ \mathbf{F} = \mathbf{g}^s\otimes\mathbf{F}_s,\ \mathbf{f}\equiv\mathbf{F}_\times, \qquad (99)$$

где вектор $\mathbf{f}$ называется вторым вектором деформации и справедливы уравнения интегрируемости [21]

$$\frac{\partial\mathbf{F}_s}{\partial x^m} - \frac{\partial\mathbf{F}_m}{\partial x^s} = \mathbf{F}_m\times\mathbf{F}_s. \qquad (100)$$

Уравнение Пуассона (52) можно переписать в следующем виде

$$\frac{\delta\mathbf{P}}{\delta t} = \frac{d\mathbf{P}}{dt} + \mathbf{V}\cdot\nabla\mathbf{P} = \boldsymbol{\Omega}\times\mathbf{P} + \mathbf{V}\cdot\mathbf{F}\times\mathbf{P} = \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{P}. \qquad (101)$$

Откуда сразу же получаем выражение для угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\Omega} + \mathbf{V}\cdot\mathbf{F}. \qquad (102)$$

Используя свойство перестановочности операторов градиента и полной производной по времени, для вспомогательного вектора $\boldsymbol{\Omega}$ получаем равенство [21]

$$\nabla\boldsymbol{\Omega} = \frac{d\mathbf{F}}{dt} + \mathbf{F}\times\boldsymbol{\Omega}. \qquad (103)$$

Исключая отсюда вспомогательный вектор $\boldsymbol{\Omega}$ с помощью уравнения (102) и используя уравнение (100) после некоторых преобразований, получаем

$$\nabla\boldsymbol{\omega} = \frac{\delta\mathbf{F}}{\delta t} + \mathbf{F}\times\boldsymbol{\omega} + \nabla\mathbf{V}\cdot\mathbf{F}. \qquad (104)$$

Откуда для ротора вектора $\boldsymbol{\omega}$ имеем

$$\nabla\times\boldsymbol{\omega} = \frac{\delta\mathbf{f}}{\delta t} + \left(\mathbf{F}^T - (tr\,\mathbf{F})\mathbf{E}_*\right)\cdot\boldsymbol{\omega} + (\nabla\mathbf{V}\cdot\mathbf{F})_\times. \qquad (105)$$

Последние два равенства справедливы для любого вектора $\mathbf{V}$. Нам они понадобятся при $\mathbf{V} = const$. Теперь приведенному неравенству диссипации энергии (96) можно придать вид

$$\rho\frac{\delta\mathsf{F}}{\delta t} + \rho H\frac{\delta\vartheta}{\delta t} + [-2\mathbf{D} + \mathbf{F}\cdot\mathbf{B} - (tr\,\mathbf{F})\mathbf{B}]\cdot\boldsymbol{\omega} + \mathbf{B}\cdot\frac{\delta\mathbf{f}}{\delta t} - \frac{1}{\vartheta}\mathbf{h}\cdot\nabla\vartheta \le 0. \qquad (106)$$

Наконец, используя тождество (98), получаем окончательный вид приведенного неравенства диссипации энергии

$$\rho\frac{\delta\mathsf{F}}{\delta t} + \rho H\frac{\delta\vartheta}{\delta t} + \frac{1}{2}(\mathbf{a}\times\mathbf{P})^T\cdot\cdot\frac{\delta\mathbf{P}}{\delta t} + \mathbf{B}\cdot\frac{\delta\mathbf{f}}{\delta t} - \frac{1}{\vartheta}\mathbf{h}\cdot\nabla\vartheta \le 0, \qquad (107)$$

где

$$\mathbf{a} \equiv -2\mathbf{D} + \mathbf{F}\cdot\mathbf{B} - (tr\mathbf{F})\mathbf{B}. \tag{108}$$

Дальнейший ход рассуждений является стандартным для механики сплошных сред [26]. Примем следующие определяющие уравнения для рассматриваемой среды

$$\mathsf{F}=\mathsf{F}(\mathbf{P}, \mathbf{f}, \vartheta),\ \mathbf{D}=\mathbf{D}(\mathbf{P}, \mathbf{F}, \vartheta),\ \mathbf{B}=\mathbf{B}(\mathbf{P}, \mathbf{F}, \vartheta). \tag{109}$$

Теперь уже нетрудно вывести соотношения Коши–Грина. Согласно (109) имеем

$$\frac{\delta \mathsf{F}}{\delta t} = \frac{\partial \mathsf{F}}{\partial \mathbf{f}}\cdot\frac{\delta \mathbf{f}}{\delta t} + \left(\frac{\partial \mathsf{F}}{\partial \mathbf{P}}\right)^T \cdot\cdot \frac{\delta \mathbf{P}}{\delta t} + \frac{\partial \mathsf{F}}{\partial \vartheta}\frac{\delta \vartheta}{\delta t}. \tag{110}$$

Подставляя это равенство в (107), получаем

$$\begin{gathered}\left(\mathbf{B} + \rho\frac{\partial \mathsf{F}}{\partial \mathbf{f}}\right)\cdot\frac{\delta \mathbf{f}}{\delta t} + \left(\frac{1}{2}\mathbf{a}\times\mathbf{P} + \rho\frac{\partial \mathsf{U}}{\partial \mathbf{P}}\right)^T \cdot\cdot \frac{\delta \mathbf{P}}{\delta t} + \\ +\rho\left(H + \frac{\partial \mathsf{F}}{\partial \vartheta}\right)\frac{\delta \vartheta}{\delta t} - \frac{1}{\vartheta}\mathbf{h}\cdot\nabla\vartheta \le 0.\end{gathered} \tag{111}$$

Тогда левая часть неравенства (111) является линейной формой материальных производных от аргументов, которые линейно независимы. Поэтому выполнение этого неравенства возможно тогда и только тогда, когда коэффициенты при материальных производных равны нулю. Исключение составляет коэффициент при материальной производной от тензора поворота: он не обязан равняться нулю. Действительно, согласно модифицированному уравнению Пуассона (52) имеем ограничение на материальную производную от тензора поворота следующего вида

$$\begin{gathered}\frac{\delta \mathbf{P}(\mathbf{x},t)}{\delta t}\cdot\mathbf{P}^T(\mathbf{x},t) = \boldsymbol{\omega}(\mathbf{x},t)\times\mathbf{E}_* \Rightarrow \\ \Rightarrow \left(\mathbf{A}\cdot\mathbf{P}\right)^T \cdot\cdot \frac{\delta \mathbf{P}(\mathbf{x},t)}{\delta t} = 0,\ \forall \mathbf{A} : \mathbf{A} = \mathbf{A}^T.\end{gathered} \tag{112}$$

Таким образом, для выполнения равенства (111) необходимы и достаточны следующие соотношения Коши–Грина

$$\mathbf{B} = -\rho\frac{\partial \mathsf{F}}{\partial \mathbf{f}},\ H = -\frac{\partial \mathsf{F}}{\partial \vartheta},\ \frac{1}{2}\mathbf{a}\times\mathbf{P} = -\rho\frac{\partial \mathsf{F}}{\partial \mathbf{P}} + \mathbf{A}\cdot\mathbf{P}. \tag{113}$$

Последнее соотношение необходимо немного преобразовать, чтобы исключить из него произвольный тензор $\mathbf{A}$. Для этого надо сначала скалярно умножить это соотношение на тензор $\mathbf{P}^T$ справа, а затем вычислить векторный инвариант от обеих частей получившегося равенства. В результате получим следующее соотношение для вектора $\mathbf{D}$

$$2\mathbf{D} = -\rho\left(\frac{\partial \mathsf{F}}{\partial \mathbf{P}}\cdot\mathbf{P}^T\right)_\times + \rho\mathbf{F}\cdot\frac{\partial \mathsf{F}}{\partial \mathbf{f}} - \rho\left(tr\,\mathbf{F}\right)\frac{\partial \mathsf{F}}{\partial \mathbf{f}}. \tag{114}$$

Здесь было использовано обозначение (108). Теперь приведенное неравенство диссипации сводится к простому неравенству

$$-\mathbf{h}\cdot\nabla\vartheta \le 0. \tag{115}$$

Возвращаясь к уравнению баланса энергии (70) и используя полученные соотношения Коши–Грина, получаем уравнение теплопроводности

$$\nabla\cdot\mathbf{h} + \rho q + \eta\frac{\delta\beta_0}{\delta t}\left(\frac{\delta\beta_0}{\delta t} - \omega_0\right) = \rho\vartheta\frac{\delta H}{\delta t}. \tag{116}$$

Чтобы завершить построение нелинейной модели электромагнитного поля, осталось задать конкретный вид свободной энергии. Следует, впрочем, отметить, что задание свободной энергии как функции тензора поворота частиц среды часто бывает затруднительным. Значительно удобнее пользоваться понятием вектора поворота $\boldsymbol{\theta}$, который связан с тензором поворота следующей формулой [24]

$$\mathbf{P}(\mathbf{x},t) = \exp[\boldsymbol{\theta}(\mathbf{x},t)\times\mathbf{E}_*]. \tag{117}$$

В той же работе доказаны формулы, которые при переходе от полных производных по времени к материальным производным выглядят следующим образом

$$\frac{\delta\boldsymbol{\theta}}{\delta t} = \mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta})\cdot\boldsymbol{\omega},\ \ \boldsymbol{\omega} = \mathbf{Z}^{-1}(\boldsymbol{\theta})\cdot\frac{\delta\boldsymbol{\theta}}{\delta t}, \tag{118}$$

где

$$\begin{gathered}\mathbf{Z}(\theta) = \mathbf{E}_* - \frac{1}{2}\mathbf{R} + \frac{1-g}{\theta^2}\mathbf{R}^2,\ \mathbf{Z}^{-1}(\theta) = \mathbf{E}_* + \frac{1-\cos\theta}{\theta^2}\mathbf{R} + \frac{\theta-\sin\theta}{\theta^3}\mathbf{R}^2, \\ \mathbf{R} = \boldsymbol{\theta}\times\mathbf{E}_*,\ g = \frac{\theta\sin\theta}{2(1-\cos\theta)},\ \theta = |\boldsymbol{\theta}|,\ \det\mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\theta^2}{2(1-\cos\theta)}.\end{gathered} \tag{119}$$

Используя представление для угловой скорости через материальную производную от вектора поворота, приведенное неравенство диссипации (106) переписываем в виде

$$\begin{gathered}\rho\frac{\delta \mathsf{F}}{\delta t} + \rho H\frac{\delta\vartheta}{\delta t} + [-2\mathbf{D} + \mathbf{F}\cdot\mathbf{B} - (tr\,\mathbf{F})\mathbf{B}]\cdot\mathbf{Z}^{-1}(\boldsymbol{\theta})\cdot\frac{\delta\boldsymbol{\theta}}{\delta t} + \\ +\mathbf{B}\cdot\frac{\delta\mathbf{f}}{\delta t} - \frac{1}{\vartheta}\mathbf{h}\cdot\nabla\vartheta \le 0.\end{gathered} \tag{120}$$

Свободную энергию можно считать функцией аргументов $\boldsymbol{\theta}$, $\mathbf{f}$, ϑ. Тогда для вектора $\mathbf{D}$ вместо (114) получим соотношение

$$2\mathbf{D} = \rho\frac{\partial \mathsf{F}}{\partial\boldsymbol{\theta}}\cdot\mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}) + \rho\mathbf{F}\cdot\frac{\partial \mathsf{F}}{\partial \mathbf{f}} - \rho\left(tr\,\mathbf{F}\right)\frac{\partial \mathsf{F}}{\partial \mathbf{f}}. \tag{121}$$

Остальные соотношения Коши–Грина остаются без изменений.

В заключение выпишем сводку основных уравнений среды, моделирующей электромагнитное поле. Впрочем, полученные уравнения лучше рассматривать как некую заготовку, которую можно использовать для различных целей. Чтобы называть их уравнениями электромагнитного поля, необходимо дать электромагнитные истолкования всем введенным величинам. К основным относятся следующие уравнения.

Второй закон динамики (91) и (95) принимается в виде двух уравнений

$$\begin{gathered}\nabla\times\mathbf{B} - 2\mathbf{D} + \rho\mathbf{L} = \frac{1}{c}\frac{\delta\mathbf{E}}{\delta t}, \\ \lambda_0\frac{\delta}{\delta t}\left(\frac{\delta\beta_0}{\delta t} + \boldsymbol{\omega}\cdot\mathbf{n}'\right) + \eta\left(\frac{\delta\beta_0}{\delta t} - \omega_0\right) = 0,\end{gathered} \tag{122}$$

где

$$c^{-1}\mathbf{E} = \rho\left[\mu\boldsymbol{\omega} + \left((\lambda-\mu)(\boldsymbol{\omega}\cdot\mathbf{n}') + \lambda_0\frac{\delta\beta_0}{\delta t}\right)\mathbf{n}'\right],\ \mathbf{n}' = \mathbf{P}(\mathbf{x},t)\cdot\mathbf{n}. \tag{123}$$

Только первое из уравнений (122) являет собой одно из уравнений Максвелла, в котором учтено слагаемое ($-2\mathbf{D}$), отвечающее за джоулево тепло [1]. Векторы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ будем называть векторами электрического и магнитного полей соответственно. В классической теории вектор ($-2\mathbf{D}$) связывается с вектором $\mathbf{E}$ известным определяющим уравнением. В рассматриваемой теории это не так. Уравнение теплопроводности (116) остается в прежнем виде

$$\nabla\cdot\mathbf{h} + \rho q + \eta\frac{\delta\beta_0}{\delta t}\left(\frac{\delta\beta_0}{\delta t} - \omega_0\right) = \rho\vartheta\frac{\delta H}{\delta t}. \tag{124}$$

Соотношения Коши–Грина имеют вид

$$2\mathbf{D} = \rho\frac{\partial \mathsf{F}}{\partial \boldsymbol{\theta}}\cdot\mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}) + \rho\mathbf{F}\cdot\frac{\partial \mathsf{F}}{\partial \mathbf{f}} - \rho(tr\,\mathbf{F})\frac{\partial \mathsf{F}}{\partial \mathbf{f}},\ \mathbf{B} = -\rho\frac{\partial \mathsf{F}}{\partial \mathbf{f}},\ H = -\frac{\partial \mathsf{F}}{\partial \vartheta}. \quad (125)$$

Наконец, к этим уравнениям следует присоединить кинематические и геометрические уравнения

$$\frac{\delta \mathbf{P}(\mathbf{x},t)}{\delta t} = \boldsymbol{\omega}(\mathbf{x},t)\times\mathbf{P}(\mathbf{x},t),\ \nabla\mathbf{P} = \mathbf{F}\times\mathbf{P},\ \mathbf{F} = \mathbf{g}^s\otimes\mathbf{F}_s,\ \mathbf{f} = \mathbf{g}^s\times\mathbf{F}_s. \quad (126)$$

Система уравнений (122)–(126) замкнута при условии, что задана конкретная зависимость свободной энергии от параметров состояния ϑ, $\boldsymbol{\theta}$, **f**. В представленном виде система уравнений (122)–(126) описывает нелинейную модель жидкокристаллической среды. Чтобы эта среда моделировала электромагнитное поля, необходимо использовать какие-то дополнительные данные, включая экспериментальные исследования и интуитивные соображения. Что касается экспериментальных исследований, то на рассматриваемом этапе они более чем затруднены. В самом деле, в экспериментах всегда рассматривается взаимодействие электромагнитного поля с веществом. Но для этого необходимо разработать основные принципы такого взаимодействия, что пока еще не сделано. Впрочем, один экспериментальный факт, относящийся непосредственно к электромагнитному полю, нам известен — это закон электромагнитной индукции Фарадея. В математической форме он имеет вид

$$\nabla\times\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\delta\mathbf{B}}{\delta t} \quad\Rightarrow\quad \nabla\cdot\mathbf{B} = f(\mathbf{x}-\mathbf{V}t). \quad (127)$$

Если считать, что этот закон является абсолютно точным, то он налагает очень жесткие ограничения на всю теорию. Действительно, из уравнения (127) следует, что векторы электрического и магнитного поля должны порождаться одним вектором **A**

$$\mathbf{E} = \nabla Q(\mathbf{x},t) - \frac{1}{c}\frac{\delta\mathbf{A}}{\delta t},\ \mathbf{B} = \mathbf{B}_0(\mathbf{x}-\mathbf{V}t) + \nabla\times\mathbf{A}. \quad (128)$$

Как нетрудно убедиться с помощью представления (123), вектор электрического поля E нельзя представить в виде (128). Отсюда следует альтернатива: либо закон электромагнитной индукции (127) не является абсолютно точным, либо вся рассматриваемая теория не описывает электромагнитного поля. Мы считаем, что верна первая из этих двух возможностей. Иными словами, мы считаем, что закон электромагнитной индукции Фарадея справедлив только приближенно и не для самого электромагнитного поля, а для возмущений, распространяющихся в электромагнитном поле. Поэтому для общей теории, описываемой уравнениями (122)–(126), нельзя требовать выполнения закона Фарадея (127). Уравнения для возмущений, распространяющихся в электромагнитном поле, будут выведены в следующем пункте.

8. ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Как отмечалось во введении, уравнениями электромагнитного поля в современной физике принято называть уравнения для возмущений, распространяющихся в эфире, т.е. электромагнитном поле по принятой в данной работе терминологии. Вывод уравнений для возмущений приводится в данном пункте.

Рассмотрим стационарное состояние среды, которое характеризуется постоянством следующих величин

$$\mathbf{P} = \mathbf{E}_*,\ \mathbf{F} = 0,\ \boldsymbol{\omega} = 0,\ \frac{\delta\beta_0}{\delta t} = \omega_0,\ \mathbf{V} = \mathbf{V}_0,\ \vartheta = \vartheta_0. \quad (129)$$

Кроме того, принимаем, что в невозмущенной среде справедливы ограничения

$$\mathbf{D} = 0,\ \mathbf{B} = \mathbf{B}_0,\ \mathbf{L} = 0, \quad (130)$$

причем обычно для вектора $\mathbf{B}_0$ принимается нулевое значение. В стационарном состоянии плотность динамического спина $\mathbf{K}_2$ постоянна

$$\mathbf{E} = \rho c\mathbf{K}_2^0 = \rho c\lambda\omega_0\mathbf{n} = \text{const}, \quad (131)$$

как это видно по выражениям (94) и (129). Значение вектора $\mathbf{K}_2^0$ должно находиться из эксперимента. Наложим теперь малые возмущения на стационарные состояния. Начнем с тензора поворота $\mathbf{P}(\mathbf{x},t)$, который представим в виде

$$\mathbf{P}(\mathbf{x},t) = \mathbf{E}_* + \boldsymbol{\theta}(\mathbf{x},t)\times\mathbf{E}_*,\ \mathbf{n}' = \mathbf{n} + \boldsymbol{\theta}\times\mathbf{n}, \quad (132)$$

где вектор $\boldsymbol{\theta}(\mathbf{x},t)$ называется вектором малого поворота. Тогда по (126) имеем

$$\mathbf{F} = \nabla\boldsymbol{\theta},\ \mathbf{f} = \nabla\times\boldsymbol{\theta},\ \boldsymbol{\omega} = \frac{\delta\boldsymbol{\theta}}{\delta t}. \quad (133)$$

Возмущенную скорость вращения ротора можно представить в виде

$$\frac{\delta\beta_0}{\delta t} = \omega_0 + \frac{\delta\beta}{\delta t}, \quad (134)$$

где β есть малая величина. Вектор электрического поля **E** после линеаризации принимает вид

$$\frac{1}{c}\mathbf{E} = \rho\lambda_0\omega_0\,\mathbf{n} + \rho\lambda\omega_0\boldsymbol{\varphi}\times\mathbf{n} + \rho\frac{\delta}{\delta t}[\mu\boldsymbol{\varphi} + (\lambda\gamma + \lambda_0\beta)\mathbf{n}], \quad (135)$$

где вектор малого поворота $\boldsymbol{\theta}(\mathbf{x},t)$ разложен на две составляющие

$$\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\varphi} + \gamma\mathbf{n}, \qquad \boldsymbol{\varphi}\cdot\mathbf{n} = 0. \quad (136)$$

Обратимся к линеаризации свободной энергии. Как обычно, будем задавать ее в виде квадратичной формы малых аргументов

$$\rho\mathsf{F}(\boldsymbol{\theta},\mathbf{f},\vartheta) = \rho\mathsf{F}_0 + \mathbf{B}_0\cdot\mathbf{f} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\theta}\cdot\mathbf{A}_1\cdot\boldsymbol{\theta} + {}$$
$$+\boldsymbol{\theta}\cdot\mathbf{A}_3\cdot\mathbf{f} + \frac{1}{2}\mathbf{f}\cdot\mathbf{A}_2\cdot\mathbf{f} + \frac{1}{2}\rho a_4(\vartheta-\vartheta_0)^2. \quad (137)$$

В этом представлении связанность тепловых и упругих полей не учитывается. Будем считать, что рассматриваемая среда трансверсально изотропна с осью изотропии **n**. Тогда очевидно, что справедливы представления

$$\mathbf{B}_0 = b_0\mathbf{n},\ \mathbf{A}_\alpha = a_\alpha(\mathbf{E}_* - \mathbf{n}\otimes\mathbf{n}) + b_\alpha\mathbf{n}\otimes\mathbf{n}\ \ (\alpha = 1,2),\ \mathbf{A}_3 = a_3\mathbf{n}\times\mathbf{E}_*. \quad (138)$$

Входящие сюда постоянные подлежат определению из эксперимента. Можно показать, что для выполнения экспериментального закона Фарадея необходимо, хотя и недостаточно, принять следующие условия

$$a_2 = b_2,\ a_3 = 0,\ \lambda = \mu. \quad (139)$$

С учетом представлений (138) и (139) выражение для свободной энергии переписываем в виде

$$\rho\mathsf{F}(\boldsymbol{\theta},\mathbf{f},\vartheta) = \rho\mathsf{F}_0 + b_0\psi + \frac{1}{2}\left(a_1\boldsymbol{\varphi}\cdot\boldsymbol{\varphi} + b_1\gamma^2\right) + {}$$
$$+\frac{1}{2}a_2\mathbf{f}\cdot\mathbf{f} + \frac{1}{2}\rho a_4(\vartheta-\vartheta_0)^2,\ \psi \equiv \mathbf{n}\cdot\mathbf{f}. \quad (140)$$

Линеаризованные соотношения Коши–Грина имеют вид

$$2\mathbf{D} = \frac{\partial \rho \mathsf{F}}{\partial \boldsymbol{\theta}} + b_0 \nabla \gamma - b_0 (\nabla \cdot \boldsymbol{\theta}) \mathbf{n}, \; \mathbf{B} = -\frac{\partial \rho \mathsf{F}}{\partial \mathbf{f}}, \; H = -\frac{\partial \mathsf{F}}{\partial \vartheta}. \quad (141)$$

Подставляя сюда выражение (140), получаем

$$2\mathbf{D} = a_1 \boldsymbol{\theta} + (b_1 - a_1) \gamma \, \mathbf{n} + b_0 \nabla \gamma - b_0 (\nabla \cdot \boldsymbol{\theta}) \mathbf{n}, \quad \mathbf{B} = -b_0 \, \mathbf{n} - a_2 \, \mathbf{f}, \; H = -a_4 (\vartheta - \vartheta_0). \quad (142)$$

Примем дополнительно не обязательные упрощения, которые следовало бы подтвердить экспериментом:

$$b_0 = 0, \; a_1 = b_1. \quad (143)$$

Тогда определяющие уравнения примут совсем простой вид

$$2\mathbf{D} = a_1 \boldsymbol{\theta}, \; \mathbf{B} = -a_2 \nabla \times \boldsymbol{\theta}, \; H = -a_4 (\vartheta - \vartheta_0). \quad (144)$$

С учетом обязательного ограничения (139) выражение для вектора электрического поля принимает вид

$$\mathbf{E} = \rho c \left[\lambda_0 \omega_0 \, \mathbf{n} + \lambda_0 \omega_0 \, \boldsymbol{\theta} \times \mathbf{n} + \lambda \frac{\delta \boldsymbol{\theta}}{\delta t} + \lambda_0 \frac{\delta \beta}{\delta t} \mathbf{n} \right]. \quad (145)$$

Попробуем теперь проверить выполнение закона Фарадея

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\delta \mathbf{B}}{\delta t} = \left(\rho c \lambda - \frac{a_2}{c} \right) \frac{\delta}{\delta t} \nabla \times \boldsymbol{\theta} + \rho c \lambda_0 \omega_0 \nabla \times (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{n}) - \rho c \lambda_0 \mathbf{n} \times \frac{\delta}{\delta t} \nabla \beta. \quad (146)$$

Видим, что для выполнения этого равенства необходимо принять условие

$$a_2 / \varrho \lambda = c^2, \quad (147)$$

где параметр c будем считать скоростью света в пустоте. Однако даже при выполнении этого условия закон Фарадея все еще не выполняется

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\delta \mathbf{B}}{\delta t} = \rho c \lambda_0 \omega_0 \nabla \times (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{n}) - \rho c \lambda_0 \mathbf{n} \times \frac{\delta}{\delta t} \nabla \beta. \quad (148)$$

Конечно, мы можем выполнить закон Фарадея точно, если примем, что параметры ω_0 и β равны нулю. В таком случае мы получим классические уравнения Максвелла, в которых частные производные по времени заменены на материальные производные. Однако, по нашему мнению, этого лучше не делать. Поэтому будем считать, что закон Фарадея выполняется приближенно, т.е. правая часть уравнения (148) в некотором смысле мала. Точный смысл этому утверждению будет придан позднее.

Подставляя (144) и (145) во второй закон динамики (122), получаем уравнение для вектора поворота

$$\tilde{a}_2 \left(\nabla \cdot \nabla \boldsymbol{\theta} - \nabla \nabla \cdot \boldsymbol{\theta} \right) + \rho \lambda_0 \omega_0 \mathbf{n} \times \frac{\delta \boldsymbol{\theta}}{\delta t} - a_1 \boldsymbol{\theta} + \mathbf{L} = \rho \lambda \frac{\delta^2 \boldsymbol{\theta}}{\delta t^2} + \rho \lambda_0 \frac{\delta^2 \beta}{\delta t^2} \mathbf{n}. \quad (149)$$

Второе уравнение из системы (122) после линеаризации принимает вид

$$\lambda_0 \frac{\delta^2}{\delta t^2} (\gamma + \beta) + \eta \frac{\delta \beta}{\delta t} = 0. \quad (150)$$

Чтобы максимально упростить ситуацию, рассмотрим случай идеального “двигателя” неограниченной мощности. Обсуждение того, как Природа устроила этот “двигатель”, оставим за рамками данной работы. Мощность двигателя характеризуется параметром η, причем с ростом η увеличивается мощность двигателя. Для двигателя неограниченной мощности получаем

$$\eta \to \infty \Rightarrow \frac{\delta \beta_0}{\delta t} \to \omega_0 \Rightarrow \frac{\delta \beta}{\delta t} \to 0 \Rightarrow \eta \frac{\delta \beta}{\delta t} \to -\lambda_0 \frac{\delta^2 \gamma}{\delta t^2}. \quad (151)$$

В таком случае уравнение (149) принимает вид

$$a_2 \left(\nabla \cdot \nabla \boldsymbol{\theta} - \nabla \nabla \cdot \boldsymbol{\theta} \right) + \rho \lambda_0 \omega_0 \mathbf{n} \times \frac{\delta \boldsymbol{\theta}}{\delta t} - a_1 \boldsymbol{\theta} + \rho \mathbf{L} = \rho \lambda \frac{\delta^2 \boldsymbol{\theta}}{\delta t^2}. \quad (152)$$

Дальнейшие упрощения этого уравнения, видимо, невозможны и связаны с утратой принципиально важных свойств среды, которая, по нашему мнению, моделирует электромагнитное поле. Сравнение уравнения (152) с классическим уравнением (86) показывает их существенное различие. Можно отметить три важных обстоятельства. Первое состоит в том, что классическое уравнение (86) является частным случаем уравнения (152) и получается из последнего при

$$\mathbf{V} = 0, \; \omega_0 = 0, \; a_1 = 0. \quad (153)$$

Поэтому все факты, которые объясняются классическими уравнениями Максвелла могут быть объяснены и на основе уравнения (152). Следует подчеркнуть, что учет любого из параметров (153) существенно меняет тип уравнения и потому важен с физической точки зрения. Например, в (152) в явном виде входит скорость системы отсчета $\mathbf{V} = const$. Иными словами, теоретически, на основе экспериментов с электромагнитными явлениями, оказывается возможным определить скорость движения инерциальной системы отсчета относительно электромагнитного поля (эфира). Уравнения Максвелла справедливы только в покоящейся относительно электромагнитного поля среде (что в полной мере не осознано до сих пор) и потому принципиально не позволяют сделать этого. Замена системы отсчета и связанные с нею вопросы будут обсуждены в следующем пункте. Параметры ω_0 и a_1 являются новыми для теории электромагнитного поля, но фактически они хорошо известны в квантовой физике, причем, по всей вероятности, можно считать, что с точностью до постоянного множителя $\lambda \omega_0 = \hbar$, где $\hbar$ есть постоянная Планка. Поэтому уравнение (152) можно, видимо, считать уравнением квантованного, а не классического, электромагнитного поля.

Второе обстоятельство связано с тем, что рассматриваемая модель электромагнитного поля неконсервативна, а электромагнитные явления всегда сопровождаются тепловыми потоками. Это видно из уравнения теплопроводности (124)

$$\nabla \cdot \mathbf{h} + \rho q - \lambda_0 \omega_0 \frac{\delta^2 \gamma}{\delta t^2} = -\rho a_4 \vartheta_0 \frac{\delta}{\delta t} (\vartheta - \vartheta_0), \; \mathbf{h} = \kappa \nabla \vartheta, \; \gamma = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\theta}. \quad (154)$$

Здесь мы ограничились простейшей линейной постановкой, хотя и не уверены в допустимости этого.

ЛИТЕРАТУРА

1. Планк М. Введение в теоретическую физику. Т. 3. Электричество и магнетизм. М.–Л., ОНТИ ГТТИ, 1934, 183 с.
2. Девис П. Суперсила. М., Мир, 1989, 272 с.
3. Лоренц Г. Теории и модели эфира. М.–Л., ОНТИ, 1936, 68 с.
4. Ньютон И. Оптика. М., ГИТТЛ, 1954, 367 с.
5. Бернулли И. Избранные сочинения по механике. М.–Л., ГИТТЛ, 1937, 297с.
6. Даламбер Ж. Динамика. М.-Л., ГИТТЛ, 1950, 343 с.
7. Мах Э. Механика. Историко-критический очерк ее развития. С.-Пб., Общественная польза, 1909, 448 с.
8. Эйлер Л. Открытие нового принципа механики. Opera omnia, II–5, 1752 (на латинском языке).
9. Михайлов ГК. Леонард Эйлер и его вклад в развитие механики. Advances in Mechanics. 1985, 8(1):3–58.
10. Эйлер Л. Новый метод определения движения твердых тел. Opera omnia, II–9, 1776 (на латинском языке).
11. Лагранж Ж. Аналитическая механика. Т. I. М.–Л., ОНТИ, 1938, 348 с.
12. Планк М. Избранные труды. М., Наука, 1965, 590 с.
13. Cosserat E. et F. Theorie des corps deformables. Hermann, Paris, 1909.
14. Ерофеев ВИ. Волновые процессы в твердых телах с микроструктурой. М., Изд. МГУ, 1999, 328 с.
15. Жилин ПА. Механика оснащенных деформируемых поверхностей. Труды IX Всес. конф. по теории пластин и оболочек. Ленинград, 1973. Л., Судостроение, 1975, сс. 48–54.
16. Zhilin PA. Mechanics of Deformable Directed Surfaces. Int. J. Solids Structures. 1976, 12:635–648.
17. Жилин ПА. Основные уравнения неклассической теории оболочек. Механика и процессы управления. Труды СПбГТУ. N 386, С.-Пб, 1982, сс. 29–46.
18. Жилин ПА. Тензор поворота в описании кинематики абсолютно твердого тела. Механика и процессы управления. Труды СПбГТУ. N 443, С.-Пб, 1992, сс. 100-121.
19. Zhilin PA. A New Approach to the Analysis of Free Rotations of Rigid Bodies. ZAMM Z. angew. Math. Mech., 1996, 76(4):187-204.
20. Жилин ПА. Исходные понятия и фундаментальные законы рациональной механики. Труды XXII шк.-сем. “Анализ и синтез нелинейных механических систем”. С.-Пб, 1995, сс. 10-36.
21. Жилин ПА. Реальность и Механика. Труды XXIII шк.-сем. “Анализ и синтез нелинейных механических систем”. С.-Пб, 1996, сс. 6-49.
22. Zarembo S. Reflexions sur les fondements de la mecanique rationnelle. Enseignements Math. 1940, 38:59–69.
23. Жилин ПА. Принцип относительности Галилея и уравнения Максвелла. Механика и процессы управления. Труды СПбГТУ. N 448, С.-Пб, 1994, сс. 3-38.
24. Zhilin PA. Rigid body oscillator: a general model and some results. Acta Mechanica, 2000, 142:169–193.
25. Truesdell C. History of Classical Mechanics. Part 1, Naturwissenschaften, 1976, 63:53-62; Part 2, Springer-Verlag 1976, pp. 119-130.
26. Трусделл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред. М., Наука, 1975, 592 с.
27. Дирак П. Принципы квантовой механики. М., Наука, 1979. 480 с.
28. Най Дж. Физические свойства кристаллов. М., Мир, 1967, 385 с.

Жилин Павел Андреевич (1942 — 2005)
д.ф.-м.н., проф.
Санкт-Петербургский гос. политехнический ун-т,
29, ул. Политехническая, 195251 Санкт-Петербург

CONSTRUCTION OF A MODEL OF AN ELECTROMAGNETIC FIELD FROM THE STANDPOINT OF RATIONAL MECHANICS

Zhilin P. A.

Saint Petersburg State Polytechnical University, http://www.spbstu.ru/
29, Polytechnicheskaya str., 195251 St.Petersburg, Russian Federation

Mechanics before Newton had been remaining by a collection of many important, but separated facts. Newton was the first, who set up a problem of construction of mechanics, as a science of the first principles. As the first principles Newton pointed out the three Laws of Motion, but he did not consider them as a sufficient base for full construction of mechanics. The Newton idea about construction of mechanics on the base of the first principles had played a huge stimulating role. Euler carried out the realization of this program. During period between 1732 and 1755 Euler has developed the concept, which now is accepted as Newtonian mechanics. In this concept the translation of mechanics on the language of differential equations was main, what had been made by Euler. The stage of the construction of Newtonian mechanics in the fundamental plan was finished by the memoir of Euler "Discovery of a new principle of mechanics", published in 1752. In that time Euler was considering, that the principle, opened by him, may be accepted as a unique base of mechanics and other sciences, which treat about movement of any bodies. Unfortunately, this point of view dominated in science down to 1925, when it finally had failed, and Newtonian mechanics had lost the status of fundamental science, for Newtonian mechanics was not able to describe the important physical phenomena. Probably, for the first time this problem had arisen in the investigations of J. Maxwell, when he tried to describe true, i.e. not induced, magnetism, but it was not possible. Finally, this period was finished by the creation of quantum mechanics. For example, it is impossible to explain the Plank formula $E=\hbar\nu$ from the point of view of Newtonian mechanics — the mechanical meaning of this formula will be shown in the report body. Between that, in 1771 L.Euler not only clearly had realized an incompleteness of Newtonian mechanics, but also had indicated the path of its extension. In Newtonian mechanics there is only one form of movement, namely translation movement that is describing the displacement of a body-point in space. However, so-called spinor movements play the main role in many natural processes in microworld. In such a movement the body-point does not change the position in space, but has own rotation. The spinor movements are the main way of accumulation and preservation of energy in the Nature. Not surprised therefore, that Newtonian mechanics has appeared powerless at the level of the microworld, where the spinor movements in essence cannot be ignored. In 1776 Euler had published memoir "New method of determination of movement of solids", where two independent Laws of Dynamics are stated for the first time: the equation of balance of momentum and equation of balance of kinetic moment (or moment of momentum in accepted, but unsuccessful, terms). This work opens new era in mechanics. Under an appropriate development of ideas of this work modern physics would look completely differently then it looks now. Unfortunately, the recognition of ideas by Euler has taken place only at the last quarter of XX century. At the end of XVIII century only J. Lagrange had realized significance of Euler's work, but he had not agreed with its main conclusions. In essence problem was reduced to a possibility or impossibility of the proof of the Archimedes law of the lever. Lagrange, as opposed to Euler, considered that the lever law is a corollary of the Newton laws. A large part of extensive introduction to the treatise "Analytical mechanics" Lagrange devotes to the proof of the law of the lever. Obviously, the Lagrange proof contains an important error, which was not trivial for that time. The Lagrange method of description of mechanics has made a great impression on scientific community. The stable, but faulty, point of view had established that Lagrange mechanics is quite able to replace by itself Newtonian mechanics. Actually mechanics of Lagrange is a rather poor subclass of Newtonian mechanics and it can not be considered as self-sufficient science about natural phenomena. It follows, for example, from the fact that the fundamental concepts like space, time, forces, moments, energy and etc., are not discussed and can not be introduced into consideration in Lagrange mechanics, where all these concepts are used, but are not determined. Unfortunately, many theorists with a mathematical kind of thinking obviously underestimate importance and complexity of originating here problems. Besides, mechanics of Lagrange is not suitable for the description of open systems, what all real systems are. All said is quite valid with respect to mechanics of Hamilton that has mathematical merits, but is very poor from a physical point of view. The Lagrange-Hamilton mechanics is the beautiful clothes for small part of mechanics, but not more. Namely inapprehension of this fact has allowed to M. Plank to say the following words: "Today we must recognize that... frameworks of classical dynamics (that means mechanics of Hamilton in its primitive form, P. Zh.)... have appeared too narrow to envelop all those physical phenomena that do not lend to direct observation by our rough organs of sense... The proof of this conclusion is given to us by the crying contradiction, that come to light in the universal laws of heat radiation, between the classical theory and experience." This point of view had become conventional in physics. Mechanics had avoided from a discussion of these hard questions and continued researches on the important applied problems. The situation existing in a mechanics and physics within the last century can be called paradoxical. On the one hand, there are actual phenomena, which can not be described within the framework of Newtonian mechanics from the point of view of the first principles. On the other hand, nobody has shown an inaccuracy of these

principles. From this it follows, that the principles of Newtonian mechanics are necessary, but not sufficient, for the full description of the known experimental facts. This means, that Newtonian mechanics should be extended by adding of new principles. Namely this way was pointed out by Euler. In fact, we need more general mechanics then Eulerian mechanics. The statement of these new principles should emanate from intuitive understanding of a nature of those phenomena, which can not be described by methods of Newtonian mechanics. Certainly, this very complex problem can not be solved by simple means and requires special researches. If the mechanics does not realize necessity of the indicated researches and will limit by the analysis traditional (let even very important) problems, then its future has not any perspectives. If someone doubts of this, he should pay attention to the quick vanishing of mechanics in the educational and research programs now. If we do not want mechanics to be out of the problems of modern physics, then we, at least, have to understand the electrical and magnetic phenomena from the point of view of the principles of mechanics. But how to achieve to this purpose? The answer on this question is the main aim of given report. The analysis of the known facts has shown, that the spinor movements, absent in Newtonian mechanics, are necessary for a description of the electromagnetic phenomena. More over, the full description of electromagnetism could not be executed in the frameworks of Eulerian mechanics. For this it is necessary to develop so called mechanics of multi-spin particles. In the report we want to show that the construction of mechanics of multi-spin particles is the main direction of the development of mechanics in XXI century.

Keywords: **continuum mechanics, Cosserat continuum, multi-spin particle, electrodynamics, Maxwell's equations**

PACS: 41.20.-q, 46.05.+b, 46.25.Cc, 46.90.+s, 61.30.-v

Bibliography - 28 references *Received 08.04.2013*

RENSIT, 2013, 5(2):77-97

REFERENCES

1. Plank M. Introduction to theoretical physics. T. 3. Electricity and Magnetism. Moscow-Leningrad, ONTI Publ., 1934, 183 p.
2. Devis P. Superpower. Moscow, Mir Publ., 1989. 272 p.
3. Lorenz G. Theories and models of the ether. Moscow-Leningrad, ONTI Publ., 1936, 68 p.
4. Newton I. Optics. Moscow, GITTL Publ., 1954, 367 p.
5. Bernulli I. Selected works on mechanics. Moscow-Leningrad, ONTI Publ., 1937, 297 p.
6. Dalamber J. Dinamics. Mocsow-Leningrad, ONTI Publ., 1950, 343 p.
7. Mach E. Mechanics. Mechanics. Historical-critical study of its development. St-Psb, Obschestv. pol'za Publ., 1909, 448 p.
8. Euler L. Discovery of a new principle of mechanics.Opera omnia, II–5, 1752 (in Latin).
9. Mikhaylov GK. L. Euler and his contribution to the development of mechanics. Advances in Mechanics, 1985, 8(1):3–58.
10. Euler L. A new method for determining the motion of solids. Opera omnia, II–9, 1776 (in Latin).
11. Lagrange J. Analytical Mechanics. V. I. Moscow-Leningrad, ONTI Publ., 1938, 348 p.
12. Plank M. Selected works. Moscow, Nauka Publ., 1983, 590 p.
13. Cosserat E. et F. Theorie des corps deformables. Hermann, Paris, 1909.
14. Erofeev VI. Volnovye prozessy v tverdykh telakh s mikrostrukturoy [Wave processes in solids with microstructure]. Moscow, MGU Publ., 1999, 328 p.
15. Zhilin PA. Mechanics equipped with deformable surfaces. Proc.IX-th All-Union Conf. on the Theory of Plates and Shells. Leningrad, 1973. Leningrad, Sudostroenie Publ., 1975, pp. 48–54.
16. Zhilin PA. Mechanics of Deformable Directed Surfaces. Int. J. Solids Structures, 1976, 12:635–648.
17. Zhilin PA. Basic equations of the non-classical theory of shells. Mechanics and Control. Proceedings SPbGTU.N 386, С.–Петербург, 1982, сс. 29–46.
18. Zhilin PA. Turn-tensor in the kinematics of rigid bodies. Mechanics and Control. Processes. Proc. SPbGTU. N 443, St.Petersburg, 1992, pp. 100–121.
19. Zhilin P. A. A New Approach to the Analysis of Free Rotations of Rigid Bodies. ZAMM Z. angew. Math. Mech. 76 (1996), 4. pp. 187-204.
20. Zhilin PA. Basic concepts and fundamental laws of rational mechanics. Proc. XXIIth School " Analysis and Synthesis of Nonlinear Mechanical Systems". St.Petersb., 1995, pp. 10-36.
21. Zhilin PA. Reality and Mechanics. Proc. XXIIIth School "Nonlinear Mechanical Systems". St.Retersb, 1996, pp. 6-49.
22. Zarembo S. Reflexions sur les fondements de la mecanique rationnelle. Enseignements Math. 1940, t .38. p. 59–69.
23. Zhilin PA. Galileo's principle of relativity and Maxwell's equations. Mechanics and Control. Proceedings SPbGTU. N 448, St.Petersburg, 1994, pp. 3–38.
24. Zhilin P. A. Rigid body oscillator: a general model and some results. Acta Mechanica. 142, pp. 169–193, (2000).
25. Truesdell C. History of Classical Mechanics. Naturwissenschaften 63, (1976), Part 1, pp. 53-62, Part 2, pp. 119-130. Springer-Verlag 1976.
26. Truesdell C. A First Course in Rational Continuum Mechanics. Moscow, Nauka Publ., 1975, 592 p.
27. Dirac P. The principles of quantum mechanics. Moscow, Nauka Publ., 1979, 480 p.
28. Nay J. Physical Properties of Crystals. Moscow, Mir Publ., 1967, 385 p.