А. И. Лурье — работы по механике*

Аннотация

Доклад посвящен вкладу А.И. Лурье в развитие механики в России. Следует отметить, что научные интересы А.И. Лурье были чрезвычайно широки и касались различных областей механики и процессов управления. Книги и учебники А.И. Лурье, по которым обучались сотни тысяч студентов, инженеров и научных работников, дают высокий пример научного творчества. В 1927 г. было основано Ленинградское механическое общество, которое сыграло важную роль в развитии механики в СССР. Одним из организаторов этого общества был А.И. Лурье. Среди многих достижений этого общества были организация и издание широко известного журнала "Прикладная математика и механика". А.И. Лурье был редактором переводов многих выдающихся книг по механике. А.И. Лурье признается научным сообществом как выдающийся ученый-энциклопедист. А.И. Лурье был членом национального комитета СССР по теоретической и прикладной механике, а 1961 г. он был избран членом-корреспондентом Академии наук СССР. Имя А.И. Лурье навсегда останется в истории Российской механики.

1 Введение

Человек не выбирает время и место своего рождения. Однако время и страна проживания в значительной степени влияют на формирование человека и определяют характер его деятельности. Тем не менее, во все времена и во всех странах рождаются особые люди, которые реализуются как самостоятельные и самодостаточные сущности. Эти люди исполняют роль катализатора эволюции общества, членами которого они являются. Задачи, которые они решают, никогда не являются случайными, но определяются высшими потребностями общества. Именно способность человека не только интуитивно осознать высшие потребности общества, но и принять их в качестве руководства к действию, является главным признаком реализованной личности. Поэтому корректная оценка вклада той или иной личности в эволюцию общества или некоей части этого общества невозможна без ясного понимания состояния общества и его потребностей на рассматриваемом этапе эволюции. Невозможно усомниться в том, что Анатолий Исакович Лурье реализовался как самостоятельная

*Жилин П.А. "А. И. Лурье — работы по механике" // Труды XXVIII летней школы "Актуальные проблемы механики", Санкт-Петербург, 2001. С. 1–13.

сущность, многогранные плоды деятельности которой мы так явственно ощущаем. Целью данного доклада является обсуждение вклада А.И. Лурье в развитие механики в России. Самостоятельные исследования А.И. Лурье в области механики начались в 1925 году сразу после окончания им физико-механического факультета Ленинградского политехнического института. Вспомним Россию, какой она была в 1925 году. Предшествующее десятилетие привело Россию в крайне тяжелое состояние. Первая мировая война, революция и, наконец, братоубийственная гражданская война, худшая и наиболее опасная для жизни общества из всех возможных видов войн. Научная интеллигенция малочисленна и разобщена, промышленность, и без того относительно слабая, разрушена, денег на приобретение необходимого оборудования нет. Вдобавок ко всему, Россия находится в практически полной изоляции от мирового сообщества. Следовательно, одной из первоочередных задач становится развитие собственной промышленности. Традиционно в России была относительно хорошо развита судостроительная промышленность, но другие области промышленности (общее и энергетическое машиностроение, турбиностроение, приборостроение, авиастроение и т.д.) находились в зачаточном состоянии. Все это необходимо было создавать заново. А для этого, прежде всего, нужно было подготовить десятки тысяч инженеров. При этом следует иметь в виду, что инженерные кадры нужно было готовить из относительно малограмотных людей, ибо школы в период с 1914 по 1922 год также работали в ненормальных условиях. Чтобы готовить инженерные кадры, были необходимы люди, способные их готовить, а также учебники, по которым могли бы учиться будущие инженеры. Нельзя сказать, что в России не было ученых в области механики. Они были и притом достаточно высокого класса. Достаточно вспомнить Н.Е. Жуковского, И.Г. Бубнова, И.В. Мещерского, А.А. Фридмана, А.Н. Крылова, П.Ф. Папковича, Е.Л. Николаи и других. Но для такой огромной страны, как Россия, их было крайне мало. Что касается учебников по механике для высших технических учебных заведений, то их практически не было. Именно в таких условиях пришлось начинать работать поколению, к которому принадлежал А.И. Лурье, российских ученых в области фундаментальных и технических наук. Оценкой их труда послужил запуск 4 октября 1957 года первого в мире искусственного спутника Земли и тот факт, что к 1960 году техническое образование в России признавалось мировым сообществом одним из лучших в мире. После окончания института А.И. Лурье был оставлен преподавателем на кафедре "Теоретическая механика" Ленинградского политехнического института. С этого момента и начинаются многолетние научные исследования А.И. Лурье. Необходимо подчеркнуть, что интересы А.И. Лурье были чрезвычайно широки и относились к разным областям механики и теории управления. Объясняется это тем, что А.И. Лурье был тесно связан с организациями, занимающимися разработкой и производством новой техники. Среди этих организаций, в первую очередь, нужно указать Ленинградский металлический завод, Особое техническое бюро и Особое конструкторское бюро. Как известно, создание новой техники необходимо сопровождается многочисленными проблемами из области механики и теории управления. В послевоенные годы его связи с производственными организациями существенно расширились. Многообразные запросы практики вынуждали А.И. Лурье проводить исследования сразу по нескольким направлениям. Поэтому, при описании работ А.И. Лурье по механике, придется разбивать эти работы на отдельные циклы и при этом нарушать хронологическую последовательность. Что касается работ А.И. Лурье по теории управления, в которую он внес весьма заметный вклад, то они служат темой отдельного обсуждения.

2 У истоков ленинградской школы механики

А.И. Лурье был не только выдающимся ученым, но и выдающимся Учителем и педагогом. У него остались сотни учеников, многие из которых добились мировой известности. Книги и учебники А.И. Лурье, по которым учились десятки и сотни тысяч будущих инженеров, продолжают оставаться высокими образцами научного творчества. Научный стиль А.И. Лурье отличался особой ясностью и строгостью, никогда не сопровождавшейся наукообразными излишествами. Он придавал большое значение разработке аппарата, позволяющего решать рассматриваемые проблемы наиболее эффективно и, вместе с тем, наглядно. В частности, он был убежденным приверженцем прямого тензорного исчисления и внес в его развитие и распространение заметный вклад.

В 1927 году было учреждено Ленинградское механическое общество, которое сыграло большую роль в развитии механики в СССР. Неизменным председателем и организатором этого общества был профессор Е.Л. Николаи, а секретарем был А.И. Лурье. Среди многих достижений общества необходимо выделить организацию издания первого в СССР специализированного журнала по механике и прикладной математике. Первоначально, начиная с 1929 года, он выходил под названием “Вестник механики и прикладной математики”. В 1933 году журнал был преобразован во всесоюзный журнал “Прикладная математика и механика”. До 1937 года, когда издание журнала было передано Институту проблем механики АН СССР и переведено в Москву, Е.Л. Николаи был его главным редактором, а ответственным секретарем был А.И. Лурье.

Как уже отмечалось во введении, в те годы в России практически отсутствовала специальная литература по механике. Изучать механику приходилось по оригинальным изданиям на английском, немецком и французском языках, что и делал А.И. Лурье, но не могли делать многие из тех, для кого знание механики являлось необходимостью. Поэтому была настоятельная потребность в издании переводов научной литературы. В этой важной работе А.И. Лурье принимал самое активное участие. В частности, под его редакцией вышли переводы многих замечательных книг по механике. Среди них можно указать: Е. Треффц “Математическая теория упругости” (1934), И.В. Геккелер “Статика упругого тела” (1934), П. Пфейффер “Колебания упругих тел” (1934), Лагранж “Аналитическая механика” (1938), К. Трусделл “Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред” (1975) и многие другие переводы. Следует подчеркнуть, что в 30-е годы переводы западных источников сыграли большую роль в подготовке инженерных кадров в СССР.

Научные заслуги А.И. Лурье общепризнанны. Мировому научному сообществу он известен, как выдающийся ученый-энциклопедист. А.И. Лурье являлся членом Национального комитета СССР по теоретической и прикладной механике, а в 1961 году был избран член-корреспондентом АН СССР. По выражению академика АН СССР В.В. Новожилова, А.И. Лурье относился к тем избранным ученым, высшим научным званием которых были их имена.

3 Операционное исчисление

Первые работы А.И. Лурье были связаны с гидродинамикой вязких жидкостей. Этой теме была посвящена диссертация А.И. Лурье, защищенная в 1929 году. Вообще говоря, в то время никаких диссертаций не защищалось. Тем не менее, диссертация была написана и рассмотрена на заседании Ученого совета. Оппонентами выступали известные ленинградские профессора В.А. Фок и А.А. Саткевич. По диссертации было принято положительное заключение, которое было отправлено в архив совета. Научные степени были восстановлены в СССР только в 1933 году, и тогда же А.И. Лурье была присуждена ученая степень доктора технических наук без защиты диссертации. Кстати, к этому времени А.И. Лурье уже имел ученое звание профессора. Хотя работы по гидродинамике вязких жидкостей и не относятся к числу важнейших достижений А.И. Лурье, тем не менее, в них, впервые в задачах такого рода, был использован новый для этой области механики метод, основанный на операционном исчислении. Подобный подход очень понравился В.А. Фоку, и он посоветовал А.И. Лурье продолжить исследования в этом направлении. В конечном счете, эти исследования завершились опубликованием статьи “К теории систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами” (Труды ленинградского индустриального института, №6, 1937, сс. 31-36) и монографии “Операционное исчисление” (М.-Л.: ОНТИ, 1938). Позднее эти исследования были значительно дополнены и привели к созданию символического метода А.И. Лурье, который будет обсуждаться в разделе, посвященном работам по теории упругости.

Идея операционного исчисления была предложена Оливером Хевисайдом в 1893 году. В дальнейшем она получила развитие в работах Т.Дж. Бромвича, Е.П. Адамса, Б.Б. Бейкера, Е.Дж. Берга, Дж. Карсона, Х. Джеффриса и ряда других западных ученых. Как правило, операционные методы применялись для расчета электрических цепей. Тем не менее, к концу 30-х годов они не получили должного распространения в математической физике. Как отмечает Х. Джеффрис, причиной этому послужили многие неясности в основах и отсутствие систематического изложения операционных методов. Впервые это было сделано в книге: Harold Jeffreys. Operational methods in mathematical physics. London, Cambridge, 1927. Второе издание этой книги вышло в 1931 году. Как видим, к 1930 году операционное исчисление уже получило некоторое распространение, главным образом, в Англии. Поэтому говорить о вкладе А.И. Лурье в собственно операционное исчисление, конечно, нельзя. Заслуга его в другом. Во-первых, Запад — это Запад, а Россия двадцатых-тридцатых годов — это страна, в которой просто ознакомиться с достижениями иностранных ученых было большой проблемой. Во-вторых, отвлеченные идеи, пусть даже и весьма перспективные, для технического образования России того времени были не вполне пригодны. Нужны были убедительные приложения к конкретным проблемам технического характера. Именно это и было сделано А.И. Лурье. В частности, в вышеуказанной статье от 1937 года в качестве примеров были рассмотрены две хорошо известные проблемы. Первая относилась к обтеканию твердого тела потоком вязкой жидкости. Здесь на основе операционного исчисления буквально в несколько строчек было получено решение, построенное Л.С. Лейбензоном другим методом в 1935 году. Вторым примером явился вывод общего решения уравнений статики в линейной теории упругости. Это решение, без вывода, было опубликовано Б.Г. Галеркиным в 1930 году в Докладах

АН СССР. Немного ранее он докладывал это решение на заседании Ленинградского механического общества, причем доклад состоял из выписанных на доске формул и предложения проверить, что они действительно удовлетворяют уравнениям равновесия теории упругости и позволяют выполнить любые краевые условия. В статье А.И. Лурье впервые дается полный вывод решения Б.Г. Галеркина. Наконец, в этой же статье А.И. Лурье тем же методом получает решение динамических уравнений Ламе, которое в статическом случае переходит в решение Б.Г. Галеркина. В монографии "Операционное исчисление" приводится огромное количество решенных задач, имеющих самостоятельное значение и ярко выраженную техническую направленность. Поэтому монография быстро стала настольной книгой инженеров, работающих в разного рода расчетных бюро. Такая же судьба была уготована и большинству других книг А.И. Лурье.

В заключение этого раздела отметим еще одну работу А.И. Лурье. В конце 30-х годов на Ленинградском металлическом заводе при создании мощных паровых турбин столкнулись с новым для того времени явлением: самовозбуждением интенсивных вибраций в трубопроводах высокого давления. Позднее это явление было названо гидродинамическим ударом. Вибрации были настолько интенсивными, что тряслись стены огромного цеха. К исследованию этой проблемы был привлечен А.И. Лурье, который, совместно со своим сотрудником А.И. Чекмаревым, разработал расчетную схему и провел соответствующие расчеты. Последние полностью подтвердили наблюдаемое явление самовозбуждения вибраций в трубопроводе. Это, видимо, было первым решением задачи такого рода. Значительно позднее аналогичные расчеты проводились под руководством А.И. Лурье его учениками и сотрудниками (В.А. Пальмов, А.А. Первозванский, В.А. Пупырев) и для трубопроводов другого типа. При решении задачи использовался операционный метод. Трудность возникла при формулировке критериев устойчивости. Обычные критерии (типа Гурвица, Михайлова и др.) здесь не работали, т.к. критические числа нужно было искать из трансцендентного уравнения. Эта проблема в общем случае не решена и поныне. Однако численные расчеты удалось выполнить полностью.

4 Аналитическая механика

Уже отмечалось, что, сразу после окончания института, А.И. Лурье начал преподавать теоретическую механику. Кафедрой "Теоретическая механика" в то время руководил известный ученый И.В. Мещерский — автор, помимо прочего, уникального задачника по теоретической механике, выдержавшего к настоящему времени 38 изданий и переведенного на многие языки. Между прочим, именно И.В. Мещерский впервые в мире ввел в употребление практические занятия, как самостоятельный вид обучения. Следует иметь в виду, что в то время предмет "теоретическая механика", как элемент технического образования, вообще не существовал нигде в мире. Существовала дисциплина "аналитическая механика", которая преподавалась на математических факультетах университетов. Можно указать знаменитые курсы Е.Т. Уиттекера "Аналитическая динамика" и П. Аппеля "Теоретическая механика". Были и другие курсы, но ни один из них не был переведен на русский язык. В России был издан в 1922 году литографированный курс лекций по аналитической механике профессора ленинградского университета Н.В. Розе. Все эти курсы были мало пригодны для преподавания в технических вузах, выпускающих инженеров-практиков. Поэтому существовала настоятельная потребность в таком учебнике по теоретической механике для технических вузов, который, в доступном изложении, сочетал бы в себе все достижения теоретической мысли с практическими применениями. В настоящее время, когда уровень развития фундаментальной механики в России заметно превосходит таковой на Западе, трудно осознать всю громаду проблемы, стоящей в то время перед техническим образованием России. Лозунг "догнать и перегнать" тогда даже не стоял в повестке дня. Далекой мечтой казался лозунг "догнать". Все это прекрасно понимал такой высокообразованный человек, как А.И. Лурье. И не только понимал, но и прилагал усилия, чтобы исправить ситуацию. В результате на свет появился трехтомный курс: Л.Г. Лойцянский, А.И. Лурье "Теоретическая механика", изданный в 1932-1933 годах. Первые два тома курса содержали обязательный для инженерного образования материал, а третий том включал более сложные методы аналитической механики с приложением к огромному количеству конкретных задач. В последующем, материал первых двух томов был принят в качестве обязательной программы для технических вузов. Все последующие издания курса выходили уже без третьего тома. Шестое и последнее издание этого курса вышло в 1983 году уже после кончины А.И. Лурье. Во многих отношениях указанный курс отличался новизной. Прежде всего, он, в отличие от западных аналогов, был ориентирован на технические приложения. Соответственно, ряд вопросов аналитической механики, которые только отпугнули бы инженеров-расчетчиков был опущен. Напротив, прикладные аспекты были существенно расширены. Дополнительную ясность курсу придавало широкое применение векторного исчисления, которое в то время почти не применялось. Единственной книгой по механике, известной в то время и использующей векторное исчисление, была небольшая книга Л. Зильберштейна (Silberstein L. Vectorial mechanics. London: Macmillan and Co., 1913.), которая совершенно не подходила для целей технического образования и, кроме того, использовала терминологию, не утвердившуюся в последующем. Курс Л.Г. Лойцянского и А.И. Лурье сыграл огромную роль в подготовке российских инженеров. Между прочим, теоретическая механика в то время была обязательным предметом во всех технических вузах России, и ей отводилось не менее 230 аудиторных часов. Именно этим, главным образом, и объяснялся высокий уровень подготовки российских инженеров. К сожалению, начиная с конца 60-х годов объем курсов по механике во многих технических вузах неуклонно снижается, что ведет к снижению и уровня выпускаемых инженеров. Поскольку техническое образование в России составляло основу всего высшего образования, то снижение уровня инженеров вело к снижению индекса интеллектуальности населения России в целом. Сравним всего две цифры, характеризующие индекс интеллектуальности населения России: 1960г. — второе место в мире, 1995г. — 54 место. Конечно, уменьшение роли механики в техническом образовании не является единственной причиной столь плачевного положения дел, но это — одна из главных причин. Здесь не место вдаваться в детальное обсуждение этого больного, и не только для России, вопроса, но это — непреложный факт.

Вернемся к обсуждению творчества А.И. Лурье. После написания курса по теоретической механике, научные интересы А.И. Лурье почти на 20 лет переключились на другие разделы механики, которые будут обсуждаться ниже. Впрочем, это не совсем верно, т.к. А.И. Лурье все эти годы читал курсы лекций по различным разделам механики, включая курс по аналитической механике, для студентов физико-механического факультета и, естественно, продолжал размышлять над вопросами аналитической механики. Однако его публикации этих лет были посвящены другим проблемам. В начале 50-х годов, в связи с необходимостью расчетов движений искусственных спутников Земли и решения ряда других проблем, например, разработки гироскопических платформ, интересы А.И. Лурье вновь обратились к аналитической механике. В результате, в 1961 году на свет появилась фундаментальная монография “Аналитическая механика”. К этому времени Россия уже добилась огромных успехов в области образования. Развитие фундаментальной механики в России достигло уровня ведущих стран Запада. В некоторых разделах механики, например, в теории гироскопических систем, Россия заняла лидирующее положение. “Аналитическая механика” прекрасно подтверждает сказанное. В этой монографии не только представлены все основные методы аналитической механики, но и дано их существенное развитие. Монография в целом сохранила все отличительные особенности научного творчества А.И. Лурье, такие как ясность и лаконичность изложения в сочетании с высоким теоретическим уровнем и ярко выраженной прикладной направленностью. Синтез подобного рода удается очень и очень немногим ученым. Каждому, кто столкнется с необходимостью рассмотреть какую-либо задачу механики систем с конечным числом степеней свободы, можно посоветовать для начала заглянуть в “Аналитическую механику”. Вполне вероятно, что он найдет в ней эту задачу или что-нибудь очень похожее. Во многих отношениях “Аналитическую механику” можно назвать энциклопедией или даже справочником. Однако, в отличие от энциклопедии-справочника, здесь все задачи рассмотрены с единых позиций при тщательной проработке всех деталей. При этом, разумеется, во многих из этих задач появляются новые элементы. Описать все эти новые элементы весьма затруднительно, но читатель без труда обнаружит их. Просто иллюстрации ради отметим описания относительного движения и особо выделим изложение кинематики твердых тел, несущих на себе вращающиеся роторы (гироскопы). Ниже ограничимся указанием только на те немногие[1] новые элементы, которые имеют теоретическое значение, т.е. вносят свой вклад в фундамент аналитической механики. Здесь, прежде всего, следует отметить описание поворотов твердого тела с помощью вектора конечного поворота. Сам по себе этот вектор был известен уже давно. Тем не менее, даже в современных учебниках физики и ряде современных статей по механике отрицается возможность описания поворотов с помощью вектора. Связано это обстоятельство с неправильным использованием понятия суперпозиции поворотов. В “Аналитической механике” разработан детальный аппарат, позволяющий эффективно использовать вектор конечного поворота. В частности, для суперпозиции поворотов установлена теорема, позволяющая вычислить вектор суммарного поворота через векторы поворота составляющих поворотов. Найдено правило перестановочности векторов конечного поворота. Установлена формула, связывающая вектор угловой скорости с производной от вектора конечного поворота. Дана формулировка задачи Дарбу, т.е. задачи нахождения поворотов по вектору угловой скорости, в терминах вектора конечного поворота. Установлены формулы, связывающие вектор конечного поворота с параметрами Родрига-Гамильтона и Кейли-Клейна. Важность этих резуль-

[1]много новых элементов такого рода в механике предложить почти невозможно

татов в том, что они, в принципе, не могут устареть, т.е. они вошли в механику навсегда. Еще один фундаментальный результат состоит в следующем. В конце прошлого века Рэлей ввел понятие диссипативной функции, как квадратичной формы скоростей. Эта функция оказалась очень полезной при анализе неконсервативных систем. К сожалению, диссипативная функция Рэлея была определена только для одного класса сил трения, а именно для линейного вязкого трения. В “Аналитической механике” понятие диссипативной функции обобщено на случай произвольной зависимости сил трения от скорости. В книге приведены диссипативные функции для различных законов трения. В частности, построена диссипативная функция для закона трения Кулона. В настоящее время эта функция широко используется при решении задач динамики систем с Кулоновым трением.

5 Теория тонких упругих оболочек

Значительное число работ А.И. Лурье посвящено теории тонких стержней, пластин и оболочек. В данном разделе мы ограничимся обсуждением работ по теории оболочек. Последняя является одним из актуальнейших разделов механики. Это определяется следующими обстоятельствами. Во-первых, тонкостенные конструкции находят широчайшее применение в технике и строительстве. Впрочем, и в биологических системах тонкостенные элементы, например, биологические мембраны, используются Природой очень широко. Во-вторых, в теории оболочек в явном виде развивается более общая, нежели ньютоновская, механика. В области теории оболочек А.И. Лурье активно работал более 25 лет. Его первая работа “Исследования по теории упругих оболочек” (Труды Ленинградского индустриального института, №6, сс. 37–52) вышла в 1937 году, а последняя — “О статико-геометрической аналогии теории оболочек” — опубликована в 1961 году. Всего по теории оболочек А.И. Лурье опубликовал пять больших статей и одну монографию. Важную роль в расчетной практике сыграла монография А.И. Лурье “Статика тонкостенных упругих оболочек”, Гостехиздат, 1947, 252с. Это была первая специализированная монография по теории оболочек российского автора. Следует отметить, что теория оболочек была одним из первых[2] разделов механики твердого деформируемого тела, в котором постреволюционная Россия уже к 1940 году не только достигла уровня развитых стран Запада, но и значительно опередила их. В этом успехе роль А.И. Лурье трудно переоценить, но, конечно, значительны достижения и других российских авторов, среди которых нельзя не отметить А.Л. Гольденвейзера и В.В. Новожилова. В первой из цитированных выше работ А.И. Лурье пишет: “По сравнению с тем, весьма трудно понимаемым, изложением этого вопроса, которое дано в главе XXIV известного сочинения Лява[3], мы, применяя язык векторных обозначений, достигли существенных упрощений всех выводов”. Подчеркнем, что в этой работе, как и вообще во всех своих работах, А.И. Лурье использует наиболее современные версии соответствующих разделов математики. В данном случае речь шла о геометрии поверхностей. В обсуждаемой работе А.И. Лурье приводит строгую теорию малых деформаций поверхностей достаточно

[2] Среди других разделов, в которых приоритет России неоспорим нужно указать метод Колосова-Мусхелишвилли в плоской задаче теории упругости

[3] Ляв А. Математическая теория упругости. М.-Л.: ОНТИ, 1935

общего вида. В то же время, при выводе уравнений равновесия в перемещениях, А.И. Лурье использует в несколько улучшенном виде, но все-равно ограниченную, идею, предложенную Б.Г. Галеркиным двумя годами раньше. В работе “Общая теория упругих тонких оболочек” (ПММ, 1940, т.IV, вып.2, сс. 7–34) А.И. Лурье уже снимает все ограничения и дает полную теорию оболочек, основанную на гипотезах Кирхгофа-Лява, в тензорном изложении. Даже в настоящее время эту теорию А.И. Лурье улучшить невозможно, если не отказываться от гипотез Кирхгофа-Лява. Весьма показательной для всего творчества А.И. Лурье является монография “Статика тонкостенных упругих оболочек”. В своих работах А.И. Лурье никогда не забывал, для кого он пишет свой труд. В данном случае речь шла о многочисленном отряде инженеров, работающих в разного рода конструкторских и расчетных бюро. По этой причине тензорные методы в монографии не применяются. Изложение ведется максимально просто, но достаточно строго, и ограничено наиболее употребительными классами оболочек, главным образом, оболочками вращения. Приводится большое число решенных задач, доведенных до легко применяемых на практике расчетных формул. Известно, что уравнения теории оболочек весьма громоздки, а их решения имеют трудно обозримый вид и мало пригодны для инженерных расчетов. Поэтому А.И. Лурье отказался от представления точных решений, которые к тому же не имеют особого смысла из-за приближенности самой теории оболочек, и существенно использовал асимптотические методы. В результате, ему удалось получить расчетные формулы в компактной и легко используемой в приложениях форме. Указанные особенности монографии превратили ее в настольную книгу инженера-расчетчика сразу после ее публикации. Было бы ошибкой думать, что обсуждаемая монография имеет сугубо прикладное значение. Представленные в книге результаты относятся к важнейшим достижениям теоретической мысли. Действительно, теория оболочек вызвана к жизни неотложными практическими потребностями. Поэтому было бы бессмысленно писать громоздкие уравнения и еще более громоздкие решения, которые нередко появлялись в начале XX-го века и не находили себе применения. От этой печальной участи теорию оболочек как раз и спасала монография А.И. Лурье. Полученные в монографии асимптотические формулы были результатом достаточно строгого математического анализа. При этом надо иметь в виду, что теория дифференциальных уравнений с малым параметром при старших производных еще не была разработана. Она появилась спустя десять лет и выросла именно из задач теории оболочек. Среди конкретных результатов, полученных в обсуждаемой монографии, следует выделить задачу о концентрации напряжений вблизи отверстия на поверхности цилиндрической оболочки. Известна классическая задача Кирша о концентрации напряжений вблизи отверстия в растягиваемой плоскости. Задача, решенная А.И. Лурье, является далеко идущим обобщением задачи Кирша. Впоследствии из этой задачи вырос большой раздел теории оболочек. Не останавливаясь на других результатах А.И. Лурье, отмечаем, что все шесть его работ по теории оболочек стали классическими и вошли неотъемлемой частью в современную теорию оболочек.

6 Пространственные задачи линейной и нелинейной теории упругости

Пространственным задачам теории упругости А.И. Лурье посвятил большое количество своих научных работ, среди которых необходимо выделить три монографии: 1. Пространственные задачи теории упругости, Гостехиздат, 1955, 491с.; 2. Теория упругости, Наука, 1970, 939с.; 3. Нелинейная теория упругости, Наука, 1980, 512с. Все три монографии посвящены одному и тому же разделу механики. Тем не менее, они практически не пересекаются по содержанию. В первой монографии рассматриваются строгие решения задач статики упругого тела. Главное внимание уделено рассмотрению задач для упругого слоя. Именно в этой монографии А.И. Лурье предложил новый метод, ставший широко известным под названием символического метода А.И. Лурье. Этот метод является далеко идущим обобщением операционных методов, но имеет и существенные отличия. Существо метода продемонстрируем на примере задачи для упругого слоя. Выпишем статические уравнения Ламе для слоя $|z| \leq h$

$$\nabla\cdot\nabla\,\mathbf{u}(x,y,z)+\frac{1}{1-2\nu}\nabla\nabla\cdot\mathbf{u}(x,y,z)=\mathbf{0},\quad |z|<h,\quad x,y\in\Omega,\tag{1}$$

где $\mathbf{u}$ есть вектор перемещений и для простоты опущены объемные силы. Набла-оператор представим в виде

$$\nabla=\mathbf{k}\frac{d}{dz}+\boldsymbol{\Lambda},\quad \boldsymbol{\Lambda}=\mathbf{i}\frac{d}{dx}+\mathbf{j}\frac{d}{dy},\quad \mathbf{k}\cdot\boldsymbol{\Lambda}=0.\tag{2}$$

Подставляя (2) в уравнение (1), переписываем его в виде

$$\frac{d^2}{dz^2}\left(\mathbf{E}+\frac{1}{1-2\nu}\mathbf{k}\mathbf{k}\right)\cdot\mathbf{u}+\frac{1}{1-2\nu}\left(\mathbf{k}\boldsymbol{\Lambda}+\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{k}\right)\cdot\frac{d\mathbf{u}}{dz}+$$
$$\boldsymbol{\Lambda}\cdot\boldsymbol{\Lambda}\,\mathbf{u}+\frac{1}{1-2\nu}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\Lambda}\cdot\mathbf{u}=\mathbf{0}.\tag{3}$$

Если в этом уравнении оператор $\boldsymbol{\Lambda}$ рассматривать, как независящий от переменной z вектор, то (3) можно считать обыкновенным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами. Добавим к уравнению (3) “начальные” условия

$$z=0:\qquad \mathbf{u}=\mathbf{f}(x,y),\quad \frac{d\mathbf{u}}{dz}=\mathbf{g}(x,y).\tag{4}$$

Мы получили задачу Коши (3)–(4), в которой переменные x,y считаются параметрами. Частные решения этой задачи ищутся в виде

$$\mathbf{u}=\exp\left(i\lambda z\right)\,\mathbf{a}(x,y).\tag{5}$$

Подставляя (5) в уравнение (4), получаем однородную систему уравнений для вектора $\mathbf{a}$

$$\left[-\lambda^2\left(\mathbf{E}+\frac{1}{1-2\nu}\mathbf{k}\mathbf{k}\right)+\frac{i\lambda}{1-2\nu}\left(\mathbf{k}\boldsymbol{\Lambda}+\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{k}\right)+\right.$$
$$\left.\left(\boldsymbol{\Lambda}\cdot\boldsymbol{\Lambda}\right)\,\mathbf{E}+\frac{1}{1-2\nu}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\Lambda}\right]\cdot\mathbf{a}=\mathbf{0}.\tag{6}$$

Нетривиальные решения (6) существуют, если определитель тензора $\mathbf{A}$, т.е. выражения, стоящего в квадратных скобках уравнения (6), равен нулю. Вычисляя определитель, получаем уравнение для определения характеристических чисел λ.

$$\det \mathbf{A} = \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}\left(\lambda^2 - D^2\right)^3 = 0, \quad D^2 = \boldsymbol{\Lambda}\cdot\boldsymbol{\Lambda} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}. \tag{7}$$

Корни этого уравнения дают два значения $\lambda = \pm D$ кратности три для характеристического числа. После ряда понятных вычислений, решение задачи Коши (3)–(4) можно представить в виде

$$\mathbf{u} = \mathbf{P}(z, zD)\cdot\mathbf{f}(x, y) + \mathbf{Q}(z, zD)\cdot\mathbf{g}(x, y). \tag{8}$$

Тензоры $\mathbf{P}$ и $\mathbf{Q}$ следует рассматривать, как дифференциальные операторы бесконечного порядка. Они являются аналитическими функциями операторов D^2, $D\sin zD$, $\cos zD$. Для того, чтобы выписать эти тензоры-операторы в явном виде, необходимо заменить их представлениями через степенные ряды, в которые войдут только целые степени оператора D^2, т.е. двумерного оператора Лапласа. Осталось получить уравнения для нахождения функций $\mathbf{f}$ и $\mathbf{g}$. Для этого служат краевые условия при $z = \pm h$. В итоге мы придем к двум векторным уравнениям с двумерными дифференциальными операторами бесконечного порядка. Заметим, что ряды, задающие эти операторы очень быстро сходятся. Поэтому в этих рядах, как правило, можно ограничиться небольшим числом членов. Например, если ограничиться только одним главным членом, то получим уравнения классической теории пластин Кирхгофа. Следующее приближение дает теорию пластин с учетом деформации поперечного сдвига. В дальнейшие подробности мы входить не будем. Подчеркнем только, что описанный символический метод допускает совершенно строгое обоснование. Не представляет особого труда обобщить этот метод на динамический случай, что и было сделано. Символический метод А.И. Лурье получил очень широкое распространение в теории толстых плит и использовался многими авторами. Особенно эффективным символический метод А.И. Лурье оказывается в сочетании с методом однородных решений, в развитие которого А.И. Лурье так же внес значительный вклад.

Монография “Теория упругости”, объемом около 60 печатных листов, по своей фундаментальности и охвату материала по статическим задачам теории упругости не имеет себе равных в мировой литературе. Динамические задачи и волны в упругих средах в ней не рассматриваются. Этого не делается не только из-за неизбежного и непомерного увеличения объема книги, но, главным образом, в силу того, что динамические задачи по своей физической и математической природе существенно отличны от статических, и их включение нарушило бы целостность изложения. Следует ясно сознавать, что Россия конца 60-х годов в научном отношении находилась на несравнимо более высоком уровне, нежели в 1925 году. Уже существовали и превосходные учебники по всем разделам механики, и научные монографии не уступающие, а нередко и превосходящие по своему уровню, западным аналогам. Жизнь изменилась, и, в частности, существенно повысился теоретический уровень подготовки инженеров. Появилась новая разновидность инженеров, называемых инженерами-исследователями. В деятельности последних получение практических результатов сопровождалось достаточно глубокими теоретическими исследованиями. Все это прекрасно понимал А.И. Лурье, когда приступал к работе над монографией “Теория упругости". Задача заключалось в том, чтобы с единых позиций дать полное изложение предмета, включая все важнейшие достижения XIX–XX веков в данной области. Естественно, решение поставленной задачи требовало изложения классических результатов на современном языке. Иными словами, требовалась глубокая переработка огромного материала. При этом, разумеется, менялась, иногда весьма существенно, технология получения классических результатов. В настоящее время уже можно констатировать, что монография "Теория упругости" вполне соответствует своему назначению. Если кто-либо желает получить первоклассную теоретическую подготовку по статическим проблемам теории упругости, то изучение им "Теории упругости" есть кратчайший, хотя и не слишком легкий, путь к цели. Это безусловно верно в отношении линейной теории упругости. Что касается раздела, посвященного нелинейным задачам теории упругости, то сам А.И. Лурье был не вполне доволен достигнутым[4]. Неудовлетворенность А.И. Лурье изложением нелинейных проблем в "Теории упругости" легко объяснима. Как известно, центральной проблемой нелинейной теории упругости является формулировка определяющих уравнений. В линейной теории упругости задание определяющего уравнения сводится по предложению Коши к написанию линейной связи общего вида между тензором напряжений и тензором деформации. При этом существование упругого потенциала гарантировано. Единственный вопрос возникает при наложении на упругий потенциал требования быть положительно определенным. Для изотропного материала указанное требование сводится к выполнению неравенств

$$\mu > 0, \quad 3\lambda + 2\mu > 0, \tag{9}$$

где λ и μ — суть постоянные Ламе. Являются ли ограничения (9) необходимыми? Общие законы термодинамики не требуют, чтобы условия (9) выполнялись. Не требуется этого и с формально-математической точки зрения. Действительно, существование и единственность решений уравнений линейной теории упругости обеспечено условиями сильной эллиптичности в статике или, что то же самое, условиями строгой гиперболичности в динамике. Эти условия приводят к необходимости выполнения неравенств

$$\mu > 0, \quad \lambda + 2\mu > 0, \tag{10}$$

которые являются более слабыми, нежели условия (9). В линейной теории упругости выбор между неравенствами (9) и (10) осуществляется на основе следующего физического принципа: при любом виде деформирования материала из натурального состояния его внутренняя энергия или, что то же самое, его упругий потенциал должны возрастать. Сформулированный принцип утвердился в механике упругого тела в виде понятия устойчивости материала. Легко убедиться, что материал, для которого неравенства (10) выполнены при нарушении неравенств (9) не может продолжительно существовать и самораспадется при действии сколь-угодно малых нагрузок. В нелинейной теории упругости ситуация несравнимо сложнее. Во-первых, не для всякой зависимости тензора напряжений с тензором конечных деформаций существует упругий потенциал. Поэтому стало необходимым различать упругие и гиперупругие[5] материалы. Во-вторых, единственность решения статической задачи

[4]Между прочим, многие люди говорили автору данного сообщения, что при первом знакомстве с нелинейной теорией упругости изложение этого вопроса в "Теории упругости" им нравится гораздо больше, нежели в намного более полной монографии "Нелинейная теория упругости".

[5]Для последних, в отличие от первых, упругий потенциал существует.

теории упругости не только отсутствует, но и обязана отсутствовать. В-третьих, при больших деформациях упругий потенциал совсем не обязан возрастать с ростом деформации и т.д. Короче говоря, сложилась ситуация, при которой всем понятно, что упругий потенциал нельзя задавать произвольным образом и, в то же самое время, никто не знает какие именно ограничения и почему необходимо накладывать на упругий потенциал. По предложению К. Трусделла описанную ситуацию стали называть главной нерешенной проблемой нелинейной теории упругости[6]. К моменту выхода в свет монографии "Теория упругости", указанная проблема начала обретать особую остроту. Стал формироваться новый раздел нелинейной теории упругости, который получил название дополнительных неравенств в теории упругости. В 70-е годы был предложен целый ряд таких неравенств и начался процесс анализа того, что произойдет, если те или иные неравенства будут нарушены. Задачи, в которых нарушаются, например, условия сильной эллиптичности, получили название сингулярных задач механики сплошных сред. Разумеется, А.И. Лурье не мог оставаться в стороне от этих бурно обсуждаемых вопросов. Однако в "Теории упругости" все эти вопросы не нашли, да и не могли найти, никакого освещения. Вот почему, практически сразу после опубликования "Теории упругости" А.И. Лурье приступил к работе над новой книгой "Нелинейная теория упругости", которая вышла в свет через шесть месяцев после его кончины. Процесс написания книги был весьма продолжительным, поскольку здесь дело состояло не только в подготовке материала к публикации, но и в поисковой, исследовательской работе на переднем фронте механики сплошных сред. Как всегда, А.И. Лурье детально изучил все последние достижения западных ученых. Например, он изучил репринтное издание (1968г.) лекций К. Трусделла и предложил их для перевода на русский язык. Этот перевод вышел под его редакцией под названием "Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред" в 1975 году. В процессе перевода велась активная переписка с К. Трусделлом, который, в результате, прислал много добавлений и исправлений к исходному тексту. Поэтому русский перевод книги заметно отличался от оригинала. К работе над описываемыми проблемами А.И. Лурье привлек своего ученика Е.Л. Гурвича, совместно с которым они опубликовали важную в теоретическом отношении статью "К теории распространения волн в нелинейно упругой среде (эффективная проверка условия Адамара)", Изв. АН СССР, МТТ, 1980, №6, сс.110–116. И этой статьи в опубликованном варианте А.И. Лурье увидеть было не суждено. Как видим, до конца своей жизни, несмотря на болезнь, которая после 1976г. протекала в тяжелой форме, А.И. Лурье не прекращал активной научной работы. Сам процесс создания книги "Нелинейная теория упругости" нельзя рассматривать иначе, как научный подвиг. Следует подчеркнуть, что вся книга от первой и до последней строчки была написана рукой А.И. Лурье. Тем не менее, только очень вдумчивый читатель обнаружит в ней следы тяжелой болезни в форме некоторой поспешности. А.И. Лурье хорошо знал, что дни его сочтены, и он боялся не успеть завершить десятилетний труд, которому придавал большое значение. Если говорить о книге в целом, то она, как и все книги А.И. Лурье, содержит обстоятельное изложение предмета в прямой тензорной записи, которая существенно облегчает восприятие материала. Последовательно вводятся все,

[6] К слову сказать, она не решена и в настоящее время, причем не видно ясных путей к ее решению. Видимо, единственным необходимым ограничением является условие Лежандра-Адамара, но и его можно использовать только "кусочно".

используемые в настоящее время, меры деформации и тензоры напряжений. В отличие от линейной теории, в нелинейной теории их несколько, и их необходимо строго различать. Основное внимание, естественно, уделяется теории определяющих уравнений и формулировке ограничений, налагаемых на эти уравнения и, в частности, на задание упругого потенциала. Подробно рассматриваются задачи для сжимаемых и несжимаемых материалов. К последним относится такой важный нелинейно упругий материал, как резина. Формулируются вариационные принципы нелинейной теории упругости. В частности, излагается принцип дополнительной работы, доказанный его учеником Л.М. Зубовым и вызвавший оживленную дискуссию в западных работах. Значительное внимание в книге уделено такому важному разделу нелинейной теории упругости, как наложение малой деформации на конечную. Важность этого раздела определяется тем, в механике сплошных сред, в отличие от механики систем с конечным числом степеней свободы, наложение малых деформаций на конечную является единственным методом, позволяющим исследовать проблему устойчивости, об огромной практической важности которой можно и не говорить. Заканчивается книга изложением основных фактов термодинамики нелинейно упругой среды.

7 Заключение

Даже из приведенного и весьма беглого обзора работ А.И. Лурье по механике деформируемого твердого тела и аналитической механике, мы видим насколько огромен его вклад в развитие механики. При этом в обзоре совершенно не обсуждаются работы А.И. Лурье по теории управления, где ему принадлежат результаты, пользующиеся мировой известностью. Говоря о вкладе А.И. Лурье в развитие механики в России, нельзя не упоминать созданную им школу, к которой принадлежат сотни учеников, работающих в разных областях механики. Они продолжают его дело. Автору данных строк выпала огромная честь не только быть прямым учеником А.И. Лурье, но и провести много часов в совместной работе за его рабочим столом. Более всего поражали в А.И. Лурье его выдающиеся человеческие качества, его абсолютная научная и человеческая честность, его доброе и отзывчивое отношение ко всем окружающим его людям. Нужно было видеть каким неподдельным интересом и любопытством загорались его глаза при обсуждении полученных кем-либо новых научных результатов. При этом он очень быстро и точно отличал действительно новый результат от известного, но облеченного в новые одежды.

Имя А.И. Лурье навсегда вошло в историю российской механики.