

Оглавление

| | |
|--|-----------|
| Предисловие редакторов | 12 |
| Краткая биография П. А. Жилина | 17 |
| Глава 1. Краткий исторический обзор | 20 |
| Введение..... | 20 |
| 1.1. Рациональная и экспериментальная механика | 21 |
| 1.2. Ранний период становления механики сплошной среды..... | 26 |
| 1.3. Теория стержней и современная механика | 31 |
| 1.4. Гидромеханика | 33 |
| 1.5. Построение теории упругости и рождение теории оболочек | 35 |
| 1.6. Нелинейная теория упругости | 39 |
| 1.7. О прямых подходах к построению континуальных теорий..... | 41 |
| 1.8. Фундаментальные законы механики и термодинамики..... | 44 |
| 1.9. Рациональная механика и электродинамика | 52 |
| Глава 2. Основные положения эйлеровой механики | 58 |
| Введение..... | 58 |
| 2.1. Пространство, время, движения | 58 |
| 2.1.1. Тела отсчета. Время. Системы отсчета..... | 58 |
| 2.1.2. Принцип инерции Галилея. Инерциальные те- ла отсчета..... | 61 |
| 2.1.3. Время | 63 |
| 2.1.4. Инерциальные системы отсчета..... | 66 |
| 2.1.5. Системы отсчета и системы координат..... | 67 |
| 2.1.6. Трансляционные и спинорные движения..... | 68 |
| 2.2. Тела и их динамические структуры..... | 70 |
| 2.2.1. Тела-точки и их размерность..... | 70 |
| 2.2.2. Закрытые и открытые тела. Динамические структуры тел | 74 |

| | |
|---|------------|
| 2.3. Воздействия | 78 |
| 2.3.1. Силы и моменты | 78 |
| 2.3.2. Статика абсолютно твердого тела..... | 81 |
| 2.4. Полная и внутренняя энергия..... | 82 |
| 2.5. Фундаментальные законы механики..... | 86 |
| 2.5.1. Уравнение баланса количества движения..... | 87 |
| 2.5.2. Уравнение баланса кинетического момента..... | 91 |
| 2.5.3. Первое и второе начала термодинамики..... | 97 |
| Заключение | 107 |
| Глава 3. Математическая теория неупругости | 108 |
| Введение..... | 108 |
| 3.1. Предмет исследования | 109 |
| 3.1.1. О явлениях первого и второго рода..... | 109 |
| 3.1.2. Неупругость. Важнейшие экспериментальные факты..... | 111 |
| 3.1.3. Цель и метод исследования..... | 114 |
| 3.2. Фундаментальные законы механики..... | 116 |
| 3.2.1. Материальная производная и кинематика..... | 117 |
| 3.2.2. Уравнения баланса частиц и массы..... | 123 |
| 3.2.3. Динамические структуры | 128 |
| 3.2.4. Первый закон динамики Эйлера..... | 130 |
| 3.2.5. Второй закон динамики Эйлера..... | 132 |
| 3.2.6. Уравнение баланса энергии..... | 133 |
| 3.3. Приведенное уравнение баланса энергии..... | 138 |
| 3.4. Второй закон термодинамики | 143 |
| 3.5. Уравнения теплопроводности и диффузии..... | 147 |
| 3.6. Неполярная сплошная среда с кулоновым трением..... | 149 |
| 3.7. К теории безмоментной несимметричной среды с кулоновым трением..... | 154 |
| 3.8. Изотропная неполярная среда | 155 |
| 3.8.1. Определяющее уравнение для упругой части девиатора тензора напряжений..... | 158 |
| 3.8.2. Определяющее уравнение для упругого давления..... | 161 |
| 3.8.3. Задание внутренней энергии..... | 167 |
| 3.9. Сводка основных уравнений | 174 |
| Заключение | 178 |

| | |
|---|------------|
| Глава 4. Модифицированная теория симметрии тензоров и тензорных инвариантов | 179 |
| Введение..... | 179 |
| 4.1. Общая постановка проблемы | 181 |
| 4.2. Ортогональные преобразования тензоров..... | 184 |
| 4.3. Ортогональные инварианты и теорема о базисе..... | 192 |
| 4.4. Основное уравнение теории инвариантов | 195 |
| 4.5. Базисные инварианты конкретных систем тензоров | 200 |
| 4.5.1. Базисный инвариант вектора..... | 200 |
| 4.5.2. Базисные инварианты системы трех полярных векторов..... | 202 |
| 4.5.3. Базисные инварианты симметричного тензора второго ранга | 205 |
| 4.5.4. Базисные инварианты совокупности вектора и тензора второго ранга..... | 207 |
| 4.5.5. Базисные инварианты системы двух симметричных тензоров | 211 |
| 4.5.6. Базисные инварианты системы трех тензоров..... | 222 |
| Заключение | 226 |
| | |
| Глава 5. Микрополярная теория бинарной среды с приложением к течению волокнистой суспензии | 227 |
| Введение..... | 227 |
| 5.1. Современное состояние вопроса..... | 228 |
| 5.1.1. Экспериментальные факты..... | 228 |
| 5.1.2. Моделирование потока, обусловленного волокнистой микроструктурой..... | 232 |
| 5.1.3. Особенности предлагаемого подхода..... | 240 |
| 5.2. Кинематические соотношения..... | 242 |
| 5.3. Уравнения баланса частиц и баланса массы..... | 244 |
| 5.4. Законы динамики Эйлера | 249 |
| 5.5. Уравнение баланса энергии..... | 253 |
| 5.6. Основные материальные предположения | 256 |
| 5.7. Уравнение теплопроводности. Второй закон термодинамики..... | 259 |
| 5.8. Приведенное уравнение баланса энергии. Соотношения Коши–Грина..... | 263 |
| 5.9. Определяющее уравнение для давления..... | 267 |
| Заключение | 272 |

| | |
|--|------------|
| Глава 6. Построение модели электромагнитного поля с позиций рациональной механики | 277 |
| Введение..... | 277 |
| 6.1. Механика и электромагнетизм..... | 278 |
| 6.2. Историческая справка и предмет исследования | 282 |
| 6.3. Многоспиновые частицы | 291 |
| 6.3.1. Кинематика многоспиновых частиц..... | 291 |
| 6.3.2. Кинетическая энергия многоспиновой частицы..... | 292 |
| 6.3.3. Количество движения многоспиновой частицы | 294 |
| 6.3.4. Кинетический момент многоспиновой частицы | 294 |
| 6.4. Фундаментальные законы механики для многоспиновых частиц | 294 |
| 6.4.1. Первый закон динамики Эйлера..... | 295 |
| 6.4.2. Второй закон динамики Эйлера..... | 297 |
| 6.4.3. Уравнение баланса энергии..... | 300 |
| 6.5. Континуум многоспиновых частиц | 301 |
| 6.5.1. Кинематика сплошной среды..... | 301 |
| 6.5.2. Интегральная и локальная формы закона сохранения частиц..... | 303 |
| 6.5.3. Интегральная и локальная формы первого закона динамики | 303 |
| 6.5.4. Интегральная и локальная формы второго закона динамики | 304 |
| 6.5.5. Интегральная и локальная формы уравнения баланса энергии..... | 305 |
| 6.5.6. Приведенное неравенство диссипации энергии | 307 |
| 6.6. Классическая электродинамика Максвелла..... | 308 |
| 6.7. Общая нелинейная теория электромагнитного поля | 313 |
| 6.8. Линейные уравнения электромагнитного поля..... | 321 |
| Заключение | 326 |
| | |
| Глава 7. Механика и новейшая физика | 327 |
| Введение..... | 327 |
| 7.1. Принцип относительности Галилея и уравнения Максвелла..... | 333 |
| 7.1.1. Системы координат и их замена..... | 335 |
| 7.1.2. Замена систем отсчета | 340 |
| 7.1.3. Волновое уравнение. Идея ковариантности | 343 |
| 7.1.4. Уравнения Максвелла..... | 348 |

| | |
|---|------------|
| 7.2. Классическая безмоментная теория упругости и уравнения Максвелла | 352 |
| 7.2.1. Механика и классическая электродинамика | 352 |
| 7.2.2. Модифицированные уравнения Максвелла | 359 |
| 7.2.3. Иллюстративные задачи | 363 |
| 7.3. Рациональная механика и квантовая физика | 374 |
| 7.3.1. Реальность и Наука: два метода познания | 374 |
| 7.3.2. Метафизические представления о строении физического мира | 376 |
| 7.3.3. Динамика первого эфира. Уравнение Шредингера | 380 |
| Заключение | 390 |
| Библиографический список | 392 |
| Приложения | 407 |
| Приложение А. Некоторые этапы развития механики как науки | 407 |
| А.1. Предварительные замечания | 407 |
| А.2. Первые шаги — древность | 407 |
| А.3. От периода Ренессанса до века промышленной революции | 408 |
| А.4. Механика в XX веке | 411 |
| Приложение В. Основы прямого тензорного исчисления | 414 |
| В.1. Определение тензора | 414 |
| В.2. Операции с тензорами второго ранга | 415 |
| В.2.1. Умножение тензоров | 415 |
| В.2.2. Симметричный и антисимметричный тензоры | 417 |
| В.2.3. Тензорный базис. Координаты тензора | 418 |
| В.2.4. Единичный тензор и тензор Леви–Чивита | 418 |
| В.2.5. Свойства операций умножения | 419 |
| В.2.6. Разложение тензора на шаровую и девиаторную части | 420 |
| В.2.7. Векторный инвариант. Сопутствующий вектор | 420 |
| В.2.8. Определитель тензора второго ранга | 421 |
| В.2.9. Обратный тензор. Степени тензора | 422 |
| В.3. Линейные отображения | 422 |
| В.3.1. Ортогональное отображение | 423 |
| В.3.2. Тензор поворота | 424 |

| | |
|--|------------|
| В.3.3. Проекторы и тензоры отражений | 425 |
| В.4. Инварианты тензора | 426 |
| В.5. Спектральное и полярное разложение тензоров | 426 |
| В.6. Тензорные функции | 428 |
| В.6.1. Операции дифференцирования | 429 |
| В.7. Тензорные поля | 433 |
| В.7.1. Дифференциальные операции над произведением | 434 |
| В.7.2. Двухкратное дифференцирование | 435 |
| В.7.3. Криволинейные ортогональные координаты | 436 |
| В.7.4. Формула Гаусса–Остроградского для преобразования объемного интеграла в поверхностный | 438 |
| Приложение С. Описание спинорных движений и модель твер- дотельного осциллятора | 439 |
| Введение | 439 |
| С.1. Тензор поворота в кинематике абсолютно твердого тела | 440 |
| С.2. Тензор спина и вектор угловой скорости | 442 |
| С.3. Определение поворота по угловой скорости | 447 |
| С.4. Угловая скорость композиции поворотов | 450 |
| С.5. Вектор поворота. Тензор-интегратор | 453 |
| С.6. Потенциальные или консервативные моменты | 456 |
| С.7. Метод возмущений на множестве собственно ортогональных тензоров | 458 |
| С.8. Постановка задачи о твердотельном осцилляторе | 459 |
| С.9. Движение твердого тела на изотропной упругой опоре | 462 |
| Приложение D. Вывод формул | 467 |
| D.1. Формулы с деформационным градиентом | 467 |
| D.1.1. Структуры Картана | 467 |
| D.1.2. Связь между градиентом вектора угловой скорости и материальной производной от меры деформации | 468 |
| D.2. Уравнение баланса энергии | 469 |
| D.2.1. Преобразование уравнения баланса энергии | 469 |
| D.2.2. Доказательство вспомогательного тождества | 471 |
| D.2.3. Преобразование выражения, содержащего дивергатор тензора напряжений | 471 |

| | |
|---|------------|
| D.2.4. Преобразование выражения, содержащего тензор моментных напряжений..... | 472 |
| D.2.5. Ограничение на материальную производную от тензора поворота | 472 |
| D.2.6. Общий интеграл характеристической системы..... | 473 |
| D.3. Определяющие соотношения..... | 474 |
| D.3.1. Выражение для девиатора тензора напряжений | 474 |
| D.3.2. Выражение для девиатора тензора напряжений в случае изотропного материала..... | 475 |
| Приложение Е. Приведенное уравнение баланса энергии — альтернативный подход | 476 |
| E.1. О различных способах определения энтропии и химического потенциала | 476 |
| E.2. Приведенное уравнение баланса энергии..... | 477 |
| E.3. Об одной трактовке химического потенциала..... | 478 |
| E.4. Производство тепла, вызванное структурными изменениями в материале..... | 482 |
| E.5. Сравнение различных подходов..... | 484 |
| Приложение F. Метод Жилина и метод Трусделла — сравнительный анализ | 486 |
| Введение..... | 486 |
| F.1. Приведенное уравнение баланса энергии и уравнение теплопроводности | 488 |
| F.2. Соотношения Коши–Грина | 490 |
| F.3. Второй закон термодинамики | 493 |
| Заключение | 494 |
| Приложение G. Материальный тензор деформации | 496 |
| Введение..... | 496 |
| G.1. Простейшая дискретная модель неупругого деформирования.... | 496 |
| G.2. Континуальное описание..... | 499 |
| G.3. Материальный тензор деформации в случае упругого изотропного материала | 501 |
| G.4. Обсуждение и заключительные замечания..... | 503 |
| Приложение H. Континуум Коссера и пьезоэлектричество | 506 |
| Введение..... | 506 |

| | |
|--|------------|
| Н.1. Классическая теория пьезоэлектричества | 508 |
| Н.2. Уравнения баланса для континуума Коссера | 510 |
| Н.3. Модификация классической теории пьезоэлектричества | 514 |
| Н.3.1. Приведенное уравнение баланса энергии | 514 |
| Н.3.2. Теория симметрии тензорных величин | 517 |
| Н.3.3. Простейшая пьезоэлектрическая среда..... | 520 |
| Н.4. Микрополярная теория дипольной пьезоэлектрической среды..... | 523 |
| Н.4.1. Модель дипольной частицы | 523 |
| Н.4.2. Уравнения дипольной пьезоэлектрической среды | 525 |
| Н.4.3. Простейшая теория дипольной пьезоэлектрической среды | 529 |
| Н.4.4. Сравнение с классической теорией | 530 |
| Заключение | 531 |
| Приложение I. Среда Кельвина и ферромагнетизм | 532 |
| Введение..... | 532 |
| I.1. Основные уравнения обобщенной среды Кельвина | 535 |
| I.1.1. Кинематика обобщенной среды Кельвина | 535 |
| I.1.2. Меры деформации полярной среды..... | 537 |
| I.1.3. Динамические характеристики полярной среды | 538 |
| I.1.4. Тензоры напряжений. Законы динамики Эйлера | 538 |
| I.1.5. Нелинейные определяющие уравнения полярной среды | 540 |
| I.1.6. Нелинейные определяющие уравнения обобщенной среды Кельвина..... | 541 |
| I.1.7. Ограничения на тензоры напряжений в обобщенной среде Кельвина | 543 |
| I.1.8. Линейная теория обобщенной среды Кельвина | 544 |
| I.2. Ферромагнетики и обобщенная среда Кельвина | 548 |
| I.2.1. Некоторые сведения об упругих непроводящих ферромагнетиках в состоянии магнитного насыщения | 548 |
| I.2.2. Кинематические соотношения..... | 552 |
| I.2.3. Законы динамики для ферромагнетиков. Сравнение с обобщенной средой Кельвина..... | 552 |

| | | |
|----------------------|---|------------|
| I.2.4. | Аналогия уравнения баланса энергии для ферромагнетиков и обобщенной среды Кельвина..... | 553 |
| I.2.5. | Меры деформации и определяющие уравнения ферромагнетиков. Сравнение с обобщенной средой Кельвина..... | 555 |
| I.2.6. | Уравнения квазимагнитостатики..... | 560 |
| I.2.7. | Линейная теория ферромагнетиков..... | 560 |
| | Заключение..... | 562 |
| Приложение J. | Неклассическая теория упругих оболочек | 565 |
| J.1. | Основные уравнения теории простых оболочек..... | 565 |
| J.1.1. | Кинематика простых оболочек. Кинетическая энергия, количество движения и кинетический момент..... | 565 |
| J.1.2. | Тензоры усилий и моментов Коши и Пиолы–Кирхгофа. Уравнения движения в актуальной и отсчетной конфигурациях..... | 567 |
| J.1.3. | Уравнение баланса энергии и введение тензоров деформации. Соотношения Коши–Грина..... | 569 |
| J.2. | Определение тензоров инерции и ограничения на тензоры усилий моментов..... | 570 |
| J.3. | Задание внутренней энергии и введение приведенных тензоров деформации..... | 571 |
| J.4. | Линеаризация основных уравнений..... | 573 |
| J.5. | Ограничения на тензоры упругих модулей и определения групп симметрии..... | 574 |
| J.6. | Связи между двумерными и трехмерными характеристиками ... | 575 |
| J.7. | Определение тензоров упругости и “начальных” напряжений..... | 576 |
| J.7.1. | Группа симметрии простой оболочки. Принцип Кюри–Неймана..... | 576 |
| J.7.2. | Структура тензоров упругости для “тонких” простых оболочек..... | 577 |
| J.7.3. | Структура тензоров “начальных” напряжений..... | 581 |
| J.7.4. | Некоторые частные случаи..... | 582 |
| J.8. | Уравнения неразрывности..... | 584 |