Реальность и механика*

Аннотация

Главная цель данного доклада привлечь внимание ученых-механиков к анализу фундаментальных проблем в электродинамике и теории атома. Для решения этих проблем могут использоваться концепции различного рода эфиров. Эти концепции описывались многими великими учеными (Пифагор, Платон, Аристотель, Ньютон, Эйлер, Фарадей, Максвелл и др.) В частности, в докладе показано, что так называемый первый эфир является сплошной средой специального вида. Распространение возмущений в первом эфире описывается уравнениями, которые представляют собой некоторую комбинацию уравнений Шредингера и Клейна-Гордона. Таким образом, дана строгая механическая интерпретация уравнения Шредингера. Так называемый второй эфир является электромагнитным состоянием материи. В докладе детально обсуждается классическая электродинамика Максвелла. Показано, что в общем случае уравнения Максвелла не имеют решения. Если же решение существует, то оно состоит из двух частей: а) волновая часть, б) электростатическая часть, которая мгновенно распространяется на все пространство. Это означает, что уравнения Максвелла содержат две скорости распространения волн, причем одна из них бесконечна. Следовательно, электродинамика Максвелла не совместима со специальной теорией относительности. Предлагаемая механическая интерпретация уравнений Максвелла немедленно приводит к модифицированным уравнениям Максвелла, обладающим следующими свойствами: 1) решение этих уравнений существует всегда, 2) скорости распространения сигналов конечны, 3) решение модифицированных уравнений стремится к решению классических уравнений при стремлении второй скорости к бесконечности, 4) если скалярный потенциал равен нулю, то оба решения в точности совпадают. В конце шестого параграфа показано, почему как классическая, так и модифицированная электродинамики не позволяют правильным образом описать структуру атома. Иллюстративные задачи показывают разницу между классической и модифицированной системами.

1 Механика и новейшая физика

Конец столетия можно считать подходящим поводом для обсуждения роли, места и назначения механики в современном естествознании. На рубеже XIX и XX веков механика составляла фундамент всей физики и преодолевала все возникающие

*Жилин П.А. Реальность и механика // Труды XXIII летней школы “Анализ и синтез нелинейных механических колебательных систем”, Санкт-Петербург, 1996. С. 6–49.

препятствия. Ярким свидетельством тому явилась кинетическая теория газов. Существовали, впрочем, проблемы, которые лорд Кельвин в своей лекции "Тучи XIX века над динамической теорией теплоты и света", прочитанной 27 апреля 1900 года, охарактеризовал следующими словами [1, с. 25-26]: "Красота и ясность динамической теории, согласно которой теплота и свет являются формами движения, в настоящее время омрачены двумя тучами. Первая из них — это вопрос: как может Земля двигаться сквозь упругую среду, какой по существу является светоносный эфир? Вторая — это доктрина Максвелла-Больцмана о распределении энергии". Не обсуждая самой постановки вопросов, укажем, что в начале XX века были найдены пути преодоления этих затруднений, но они уводили далеко за пределы классической механики. Так возникла новейшая физика, которая заявила о "решительном разрыве с классической механикой". Например, Л.И.Мандельштам пишет [2, с. 85]: "Неправильно полагать, что теория относительности перевернула наши понятия о времени и пространстве в том смысле, что на место старых и четких понятий она поставила такие же новые. Это не так. Одна из больших заслуг теории относительности состоит в том, что она показала, что основные понятия, которыми оперировали раньше, — во всяком случае в известной своей части — вовсе не были определены, что многие высказывания вообще не имели смысла". Высказываний подобного рода можно привести сколько угодно. Поэтому кажется необходимым дать хотя бы краткое сравнение исходных положений, принятых в механике и новейшей физике. Однако прежде, чем проводить какие бы то ни было сравнения, следует четко изложить взгляд механиков на механику, ибо то, как трактуется механика физиками — см., например, работу А.Эйнштейна [3] — мало похоже на механику.

Механика — это не теория какого бы то ни было явления Природы, но метод исследования Природы. В основах механики нет ни одного закона, который хотя бы в принципе мог быть опровергнут экспериментально. В фундаменте механики лежат логические утверждения, выражающие условия баланса неких величин и которые сами по себе не достаточны для построения замкнутых теорий. Для этого необходимо привлекать дополнительные законы, типа закона всемирного тяготения, рассматриваемые как экспериментально установленные факты. Эти дополнительные законы могут оказаться недостаточными или даже ошибочными, но отказ от них не влияет на метод механики. Упомянутая незамкнутость механики может, конечно, восприниматься как ее недостаток людьми, которые полагают, что человечество близко к конечному познанию Мироздания. Те же, кто способен увидеть Реальность, понимают, как бесконечно далеки люди от возможности правильно описать даже относительно простые проявления Реальности. Поэтому корректный метод изучения Природы по необходимости должен включать в себя заранее неопределенные элементы, манипулируя которыми можно улучшать те или иные теории разного рода явлений и тем самым расширять наши представления о Реальности. Механика устанавливает определенные ограничения на допустимую структуру этих неопределенных элементов, но сохраняет в них достаточно широкий произвол.

После этих кратких замечаний о методе механики полезно сравнить современные позиции механики и новейшей физики, возникшие через 70 лет после объявления физикой о "решительном разрыве с классической механикой". Краткую сводку исходных положений механики можно найти в работе [4], не претендующей на формальную строгость, но отражающую существо вопроса.

a) Системы отсчета. Это краеугольное понятие в механике характеризуется К.Трусделлом [5, с. 33] как “чистый холст, на котором можно рисовать картины Природы. Этот холст должен быть выбран художником прежде, чем он примется за работу. Холст накладывает некоторые ограничения на искусство художника, но никоим образом не определяет те картины, которые художник будет рисовать”. Аналогичный взгляд отстаивал А.Пуанкаре [6]. Прямое несогласие с этой позицией высказывает А.Эйнштейн [7]. Например, в работе [3, с. 280] он пишет: “теория вводит два рода физических предметов, а именно: 1) масштабы и часы (т.е. системы отсчета. П.Ж.), 2) все остальное, например, электромагнитное поле, материальную точку и т.д. Это в известном смысле нелогично; собственно говоря, теорию масштабов и часов следовало бы выводить из решений основных уравнений, а не считать ее независимой от них”. Иными словами, согласно А.Эйнштейну, нужно сначала нарисовать картину, а только потом подбирать для нее холст. Именно так и поступают в общей теории относительности, причем смысл координат, включающих и время, остается принципиально неопределенным.

Как видим, взгляды механики и новейшей физики по этому пункту диаметрально противоположны и несовместимы.

b) Принцип инерции Галилея (GPI). В механике GPI принимается безоговорочно и отказ от него разрушает все здание механики. Принятие GPI позволяет ввести в рассмотрение инерциальные системы отсчета. Жаль, что этот факт был окончательно осознан и введен в формальные структуры только к 1940 г. Однако на интуитивном уровне он принимался в механике с 1638 г. Так что логические основы механики были укреплены, но сущностное тело механики менять не пришлось. С концепциями новейшей физики GPI принципиально не совместим, ибо он впрямую противоречит специальной теории относительности — см. [8,9]. Отсюда ясно, что отвергается в физике и понятие инерциальной системы отсчета [10, с. 490]. Вместе с тем, А.Эйнштейн и за ним остальные физики используют понятие неускоренной системы отсчета, не определяя этого понятия, т.е. ИСО все-таки вводятся. Не следует думать, что это просто упущение. Такова действительно необходимая для новейшей физики постановка вопроса, ибо GPI впрямую противоречит принципу относительности, основанному на преобразовании Лоренца, а обойтись без привлечения неускоренных систем отсчета не удается.

c) Равномерность хода времени. И.Ньютон был первым, кто попытался дать определение понятия времени, причем он просто постулировал равномерность хода времени. Как определить понятие равномерности Ньютон не указал, но предположил, что в Природе имеются процессы, позволяющие это сделать. Ниже в п.3 мы еще вернемся к этому вопросу. Детальному обсуждению понятие времени было подвергнуто А.Пуанкаре в 1898 г. — см. [11,6]. Основной вывод А.Пуанкаре гласит [6, с. 63]: “Не существует абсолютного времени; утверждение, что два промежутка времени равны, само по себе не имеет смысла и можно применять его только условно”. Этот вывод обоснован А.Пуанкаре весьма обстоятельно, но, к сожалению, А.Пуанкаре в принципе неправильно понимал GPI и возводил его в ранг физического закона, причем необоснованного (еще одно условное соглашение). На самом деле это не так, что и было показано С.Зарембой [8,4,9], но это важное событие произошло только в 1940 г. Если принять GPI, то время в механике вводится с точностью до линейного преобразования $t \to kt + t_0$. Важно подчеркнуть, что формальное обоснование равномерности хода времени в механике с практической точки зрения ровным счетом ничего не изменило в ней, т.к. при этом не изменилось ни одного закона и ни одного уравнения. А вот новейшей физике упомянутое обоснование наносит невосполнимый логический урон. В новейшей физике требование равномерности хода времени игнорируется и подменяется рассуждениями о синхронизации часов в разных точках системы отсчета. Однако эти рассуждения не имеют отношения к требованию равномерности хода времени. Как бы ни синхронизировали часы, но, прежде всего, они должны идти равномерно. В противном случае такие понятия, как скорость и ускорение вообще теряют объективный смысл [4]. Таким образом, и в этом пункте механика и новейшая физика не могут быть приведены в соответствие друг с другом.

d) Принцип относительности. В механике этот принцип выполняется автоматически. Если в какой-либо теории он не выполняется, то такая теория заведомо содержит ошибки. Никакой существенно новой информации из применения принципа относительности в механике извлечь не удается. Это и не удивительно, ибо взгляд на системы отсчета как на холст, на котором рисуются картины Природы, немедленно приводит к требованию, чтобы выбор холста не влиял на содержание картины. В частности, для этого необходимо, чтобы в механике использовались исключительно инвариантные дифференциальные операторы, т.е. операторы, не зависящие от выбора системы координат. Основными среди них являются операторы

$$\nabla, \quad \frac{d}{dt}; \qquad \nabla\frac{d}{dt} = \frac{d}{dt}\nabla.$$

Позиция новейшей физики иная. Соответственно, в ней используются другие операторы

$$\nabla, \quad \frac{\partial}{\partial t}; \qquad \nabla\frac{\partial}{\partial t} \neq \frac{\partial}{\partial t}\nabla,$$

где оператор частного дифференцирования по времени не объективен, т.е. зависит от выбора системы координат. Несмотря на то, что операторы ∇ и $\frac{\partial}{\partial t}$ не коммутируют, в физике на это не обращается внимания. Именно в силу использования необъективных операторов принцип относительности играет в физике исключительно важную роль, вплоть до того, что позволяет открывать новые законы.

e) Формальная логика. В механике формальная логика не доводится до уровня математической строгости, но явные нарушения формальной логики считаются недопустимыми. В новейшей физике формальная логика объявлена предрассудком, а ее законы часто подменяются рассуждениями о красоте получаемых уравнений. П.Дирак пишет [12, с. 52] : "..мне бы хотелось подчеркнуть новую точку зрения, принадлежащую А.Эйнштейну. Он считал необходимым качеством фундаментальных уравнений присущую им красоту. Эйнштейн впервые высказал эту мысль и больше чем кто бы то ни было, подчеркивал важность красоты основных уравнений. Вы, конечно, можете спросить: почему уравнения должны обладать необыкновенной красотой? Я не могу ответить на это определенно. Можно лишь сказать, что этот принцип оказался чрезвычайно успешным". В качестве примера нарушения логики сопоставим три утверждения одновременно принимаемые в физике: a) энергия E и импульс p сохраняются; b) масса m не сохраняется; c) справедливо равенство $E = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}$, где c — скорость света в пустоте, т.е. универсальная постоянная. Другой пример: перенормировка. П.Дирак пишет [12, с. 152]: "Таким образом, большинство физиков совершенно удовлетворены сложившейся ситуацией. Они считают, что квантовая электродинамика стала вполне совершенной теорией и о ней нечего больше беспокоиться. Должен сказать, что мне это в высшей степени не нравится, потому что в такой "совершенной" теории приходится пренебрегать в уравнениях бесконечностями, причем пренебрегать совершенно безосновательно. Это просто бессмысленно математически. В математике величину отбрасывают только в том случае, если она оказывается слишком малой, а не из-за того, что она бесконечно велика и от нее хотят избавиться!". Для механиков отмечу, что перенормировка относится к числу важнейших принципов физики, а приведенные выше слова произнесены 15 сентября 1975 г., т.е. относительно недавно и отнюдь не в первые годы существования квантовой физики. Отношение к формальной логике разделяет механику и новейшую физику трудно преодолимым барьером. Задачей механики является такое ее развитие, при котором известные в физике результаты получались бы без столь радикальных средств, как отказ от формальной логики.

f) Спинорные движения. В настоящее время уже многим понятно, что спинорные движения являются центральным звеном в устройстве мира. Это известно, по крайней мере, со времен Пифагора. Однако в рациональные науки спинорные движения были введены только Л.Эйлером, да и то не в полной мере. В механику спинорные движения начали интенсивно внедряться во второй половине XX века (см. [4]), причем указанное внедрение оказалось чрезвычайно естественным и органичным. Если внимательно изучать старые теории эфира, прекрасно описанные в книге Г.Лоренца [13], то бросается в глаза, что во всех этих теориях содержится попытка ввести спинорные движения. К сожалению, делается это неправильно. В то время единственным способом восприятия спинорного движения являлось представление о нем, как о роторе вектора скорости. На самом деле это не так. К обсуждению спинорных движений мы еще вернемся, а сейчас обратимся к новейшей физике. Строго говоря, спинорные движения (динамические спины по терминологии, принятой в [4]) в новейшей физике запрещены, но все-таки используются. Об истории этого вопроса можно прочитать в работе [14]. П.Дирак приводит слова Г.Лоренца, адресованные авторам идеи наличия динамического спина у электрона голландским физикам Д.Уленбеку и С.Гоудсмиту [12, с. 96]: "Нет, у электрона не может быть спина. Я и сам об этом думал, но если бы электрон вращался, то скорость на его поверхности превышала бы скорость света. Так что из этого ничего не выйдет". Для механиков замечу, что хотя в современной физике используются термины "спин" и "магнитный момент" применительно к элементарным частицам, но они не имеют отношения к соответствующим понятиям механики: это просто красивые названия для номеров соответствующих гармоник у решений уравнений Шредингера или их обобщений. Если говорить о личном мнении, то я точно, хотя и на интуитивном уровне, знаю о колоссальной, ни с чем не сравнимой, роли спинорных движений в микромире. Атомная и ядерная энергии — это энергии спинорных движений. Специальная теория относительности запрещает спинорные движения, на что указал П.Эренфест сразу же после появления работы А.Эйнштейна 1905 г. Но в таком случае СТО запрещает почти все, что на самом деле имеет место в Природе.

g) Экспериментальная проверка результатов теории. Все получаемые в механике результаты должны соответствовать данным эксперимента. Конечно, это трудно и есть немало экспериментов, результаты которых механика не может корректно описать в настоящее время. Например, ни одна теория пластичности не может правильно описать опыты Треска по экструзии свинца. Существует множество других проблем, не поддающихся в настоящее время теоретическому анализу. Но это не повод для того, чтобы кричать "караул" и выворачивать теорию наизнанку. В конце концов, для того и существует экспериментальная механика, чтобы решать проблемы, недоступные в настоящее время для теории. Так было, так есть и так всегда будет. Типичным для механики является эволюционный путь развития. В результате теория отстает от эксперимента на десятилетия и даже на столетия. Мне кажется, что это вполне нормально. Совершенно иначе проблему взаимоотношений между экспериментом и теорией решает новейшая физика. Ее формулы устроены таким образом, что позволяют почти автоматически объяснить все экспериментальные данные. Покажем, как это делается на примере. Допустим, мы хотим измерить скорость v_x частицы A. Введем штрихованную систему координат (излюбленный прием физиков), движущуюся со скоростью $u = c - \varepsilon$, где $\varepsilon > 0$ и пренебрежимо мала в сравнении со скоростью $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/сек. Измерим теперь скорость $v_{x'}$ частицы A в штрихованной системе. Допустим, что мы получили скорость $v_{x'} = -c + \eta$, где $\eta > 0$ малая величина, например $\eta = 2$ см/сек. Вычислим скорость v_x. Имеем по известной формуле [15, с. 30]

$$v_x = \frac{u + v_{x'}}{1 + u v_{x'}/c^2} = c\frac{\eta - \varepsilon}{\eta + \varepsilon + \varepsilon\eta/c} \simeq c\frac{\eta - \varepsilon}{\eta + \varepsilon}.$$

Пусть теперь $\varepsilon = 1$ см/сек, т.е. $\varepsilon \ll c$. Тогда $v_x = c/3 = 10^{10}$ см/сек. Пусть далее $\varepsilon = 3$ см/сек, т.е. и здесь $\varepsilon \ll c$. Имеем $v_x = -0.6 \cdot 10^{10}$ см/сек. Таким образом, играя пренебрежимо малой величиной ε, мы можем менять v_x в гигантских пределах $-0.6 \cdot 10^{10}$см/сек $\leq v_x \leq 10^{10}$см/сек. Трудно ли в таких условиях объяснить любое экспериментально полученное значение v_x ?

Приведенных примеров вполне достаточно, чтобы сделать вывод о том, что механика уже не является частью физики, как это было сто лет назад.

Следует подчеркнуть, что все сказанное ни в коем случае нельзя воспринимать как критику в адрес новейшей физики, ибо критика подразумевает анализ состояния дел в физике, чего выше нет и в помине. Да и о какой критике может идти речь? Как бы ни относиться к методам, используемым в современной физике, но невозможно отрицать тот очевидный факт, что физики еще десятки лет назад нашли правдоподобные ответы на такие вопросы, к решению которых механика только готовится приступить. Сумеет ли механика решить эти проблемы традиционными для нее методами? Это требует доказательств. Предстоит огромная работа. Цель данной работы в том и состоит, чтобы привлечь внимание механиков к решению фундаментальных проблем естествознания. Прежде всего, это относится к описанию явлений электромагнетизма и строения атома. Мне кажется, что механика способна внести свой вклад в эти важнейшие вопросы, которые, несмотря на все достижения физики, еще далеки от окончательных решений.

2 Реальность и Наука: два метода познания

Целью всякой науки является познание Реальности. При этом наука исследует не Реальность саму по себе, а некие упрощенные модели Реальности. Приближение к истинной Реальности осуществляется путем расширения модели. Однако, чтобы построить модель, нам, как минимум, необходимо знать, что мы собственно собираемся моделировать. Иными словами, мы должны иметь априорное представление о Реальности. Получается заколдованный круг: чтобы познать Реальность необходима Наука, а чтобы создать Науку необходимо знание Реальности. К счастью, решение этой, казалось бы неразрешимой, проблемы заложено в самой природе человеческого ума, который имеет две качественно различные категории: а) интуицию и б) интеллект. Поскольку оба эти термина сильно перегружены, то необходимо указать смысл, который приписывается им в данной работе.

Интуиция — это способность человека к прямому восприятию окружающего нас мира, которая отнюдь не сводится к пяти основным органам чувств. Это хорошо сознают поэты, музыканты, художники и другие представители искусства. Интуиция, как и любая другая способность человека, хорошо поддается тренировке, однако требует постоянных целенаправленных усилий.

Интеллект — это способность человека к логическим суждениям, основанным на априорных знаниях, заложенных в “память” интеллекта. Практически точным аналогом интеллекта является мощный современный компьютер.

Основные недостатки интеллекта в следующем. Во-первых, никакие принципиально новые открытия не могут совершаться на основе чистого интеллекта, как это подробно объяснял А.Пуанкаре. Во-вторых, интеллект может легко приводить к серьезным ошибкам. В самом деле, любой программист знает, что даже самый незначительный сбой в программе или малейшая неточность во входной информации может привести к сколь угодно большой ошибке на выходе. Именно поэтому, даже в наши дни повального увлечения интеллектуальным методом практически ни одно жизненно важное решение не принимается на основе чисто интеллектуального подхода. В механике и физике интеллектуальный метод с большим успехом используется последние 300 лет. Причины этого успеха в том, что интеллект был добавлен к высоко развитой интуиции, которая была присуща всем выдающимся ученым вплоть до последней четверти прошлого столетия. Успех, достигнутый от соединения интуиции с интеллектом, был ошибочно приписан интеллекту. В результате произошла большая переоценка возможностей интеллектуального метода. Это нашло свое отражение в постановке Д.Гильбертом знаменитой шестой проблемы об аксиоматизации физических наук. По существу вся теоретическая физика XX века строится именно интеллектуальным методом. Недостаточность интеллектуального подхода хорошо сознавал один из самых выдающихся интеллектуалов Анри Пуанкаре, что он показал в ряде своих работ [6]. Мне кажется, что главный смысл его работ до сих пор не осознан в должной мере, хотя он более, чем прозрачен: с точки зрения чистого интеллекта наука есть ничто иное, как набор условных соглашений и не более того. Кто только не критиковал А.Пуанкаре за его конвенционализм. Однако критики не поколебали систему аргументации А.Пуанкаре и вообще ломились в открытую дверь. Ибо никто не видел трагизма ситуации лучше самого Пуанкаре, и он мучительно искал выход из создавшегося тупика, но не нашел его. По иронии судьбы А.Пуанкаре следует назвать основным творцом метода новейшей физики. Именно Пуанкаре “развязал руки” новому поколению физиков, продемонстрировав условность науки. Ирония в том, что сам Пуанкаре, настаивая на интеллектуальной условности науки, все-таки твердо стоял на том, что за интеллектуальной условностью стоит нечто, не позволяющее свободе научного поиска превращаться в научный произвол. Новейшая физика посчитала подобную позицию А.Пуанкаре предрассудком и сохранила только его доказательства условности научных соглашений. Причина неудачи А.Пуанкаре вполне очевидна. Как и большинство современных ученых, А.Пуанкаре явно недооценил принципиальную неустранимость интуиции из основ любой рациональной науки, включая математику. Это тем более удивительно, что А.Пуанкаре обладал глубочайшим интуитивным умом, и он даже мягко критиковал Д.Гильберта за его стремление изгнать интуицию из математики. Для ученых-механиков ценность и необходимость интуитивного представления об объекте и процессах, в которых участвует этот объект, никогда не вызывала сомнений. На этапе выбора модели, т.е. написания основных уравнений, логика принимает лишь косвенное участие. Только после написания уравнений логика вступает в свои неограниченные права.

В принципе возможно использовать интуитивный и интеллектуальный методы познания независимо друг от друга. Интуитивное познание имеет тот недостаток, что ему невозможно обучить кого бы то ни было. Однако именно интуитивный метод лежит в основе составления научных моделей. Чисто интеллектуальный подход может создавать видимость научных открытий, но по существу он бесплоден. Особую популярность в последние десятилетия приобрела философия “черного ящика”, которая относится к достижениям интеллектуального метода. Казалось, что этот путь может привести к успеху. Однако на поверку оказалось, что “черный ящик” хорош только тогда, когда он прозрачен, т.е. его содержимое заранее известно. Достоинством интеллектуального метода является то, что его достижениям легко обучать учеников.

Интеллектуальный метод охарактеризуем словами А.Эйнштейна: “Наука является созданием человеческого разума с его свободно изобретенными идеями и понятиями”.

Интуитивный метод познания лучше всего характеризуется словами Сократа: при интуитивном познании “душа взбирается на высочайшую наблюдательную башню бытия”.

Главный тезис этой работы: никакое истинное развитие науки невозможно без непосредственного участия интуиции, а свободно изобретенных идей и понятий не существует в природе.

3 Метафизические представления о строении физического мира

Как уже подчеркивалось, интуитивное представление о какой-то части Реальности должно предшествовать созданию той или иной математической модели этой части Реальности. Для механиков данное утверждение кажется самоочевидным. Для физиков, занимающихся разработками теорий для объектов, не поддающихся непосредственному восприятию человеком, высказанный тезис является, мягко говоря, спорным. Мы должны быть благодарны физикам за то, что они испытали другой подход, в котором математическая модель предшествует интуитивному образу, причем последний вообще не обязателен. Сейчас уже можно подвести некоторые итоги этого небывало интенсивного интеллектуального опыта. На начальном этапе успехи сыпались как из рога изобилия, но они относились к простейшим ситуациям. При переходе к более сложным системам, т.е. к ситуациям, где интуиция отказывала уже по настоящему, трудности стремительно нарастали. Как бы то ни было, но интеллектуальный опыт физиков не дает убедительного опровержения высказанному в начале этого пункта тезису. Во всяком случае, именно отсутствие интуитивного представления об электромагнитном поле, заряде и электричестве не позволило механике включить эти объекты в свои структуры, а вовсе не мифические пороки, приписываемые механике физиками.

Цель данного пункта состоит в описании схематического строения физического мира в том виде, как я его понял при изучении разного рода метафизических учений, а также из внимательного прочтения трудов М.Фарадея [16] и Дж.Максвелла [17]. Я, конечно, не могу гарантировать, что правильно понял все изученное мною. На данном этапе это, видимо, невозможно, поскольку во многих деталях в литературе содержатся весьма заметные расхождения, что характерно для наблюдений на интуитивном уровне. По принятой терминологии то, что изложено ниже, называется гипотезой. Научной ценностью эта гипотеза будет обладать только тогда, когда мы облечем ее в форму математических уравнений, научимся их применять, а результаты не будут противоречить известным экспериментальным данным. При этом дух и традиции механики требуют придерживаться позиции Г.Герца [18, с. 23]: "При зрелом познании в первую очередь должна учитываться логическая чистота; только логически чистые картины должны проверяться в отношении их правильности, только правильные картины — в отношении их целесообразности". Следует добавить, что "логически чистой картине" предшествует интуитивный образ того, что мы собираемся логически чисто описать. Этот интуитивный образ в свою очередь не должен быть слишком сложным для возможностей рациональной науки на рассматриваемом этапе ее развития. Например, интуитивные представления о Мире у Пифагора и Платона были несравнимо сложнее (и правильнее), чем у Галилео Галилея. Центр Вселенной по Пифагору размещался далеко за пределами солнечной системы, а в основе физического мира лежало то, что ниже описывается под названием четвертого эфира. Архимед пользовался уже упрощенной схемой — гелиоцентрической системой [19]. Геоцентрическая система Птолемея была насильственно внедрена (как единственно возможная) церковью в IV веке после Рождества Христова. Возможности рациональной науки отражать интуитивные (сильно упрощенные) представления стали достаточными только с эпохи Возрождения. В настоящее время возможности рациональной науки сильно возросли. Соответственно появилась возможность попытаться описать методами рациональной науки уже значительно более сложные интуитивные представления о Реальности. Именно такие интуитивные представления я и хочу изложить в этом пункте.

В традициях метафизических учений всякую сущность принято делить на семь градаций. Седьмой градацией Космоса является Физический Мир (Мир плотный, седьмой космический эфир, космическое твердое тело). Физический Мир, в свою очередь, делится на семь градаций, называемых эфирами. Каждый из этих эфиров имеет дискретное строение, т.е. атомную структуру. Плотности этих эфиров сильно различаются, и они как бы вложены один в другой. Эфиры взаимодействуют между собой сложным образом и подчиняются так называемому "закону действия тройной силы в четырех мирах". Другое название этого закона — "принцип додекаэдра Пифагора". Точного смысла этого закона я не знаю и упоминаю его для того, чтобы читатель мог осознать трудности, возникающие при попытках изучить метафизические учения. Описывать я буду только то, что, как мне кажется, поддается анализу методами современной рациональной науки. Итак, Физический Мир расслаивается на семь эфиров.

Первый эфир. Состоит из быстровращающихся частиц одного сорта образующих как бы кристаллическую решетку. По этой причине его часто именуют "подвижная неподвижность". Частицы первого эфира неделимы на уровне Физического Мира, а их массы настолько малы, что даже фотоны в сравнении с ними обладают невообразимо огромными массами. Первый эфир практически не ощутим на уровне макромира, но на микрочастицы вплоть до электронов оказывает влияние.

Комментарий. Первый эфир не рассматривается и не упоминается в современной физике. Однако он вовсе не является совершенно незнакомым современной науке. Прежде всего, первый эфир является едва ли не единственным претендентом на то, что субъективно ощущается человеком как время. Вдумаемся в следующее заявление И.Ньютона [20, с. 45]: "Таким образом, повсюду, где в дальнейшем встречается слово "время"... под ним нужно понимать не время в его формальном значении, а только ту отличную от времени величину, посредством равномерного роста или течения которой выражается и измеряется время". Существует ли эта "отличная от времени величина"? А если существует, то какую бы природу она могла иметь? Легко понять, что время не может быть связано с какими-либо характеристиками трансляционного движения. Однако, если вообразить, что в каждой точке пространства имеется некое тело, совершающее перманентное вращение, то субъективное ощущение времени становится физической реальностью. Угол, накручиваемый упомянутым телом, как раз и может служить той величиной, о которой говорит Ньютон. Более определенно пишет об этом наш современник Н.А.Козырев в своих работах, посвященных причинной механике [21]. Работы Н.А.Козырева чрезвычайно уязвимы для формальной критики, но стоит заменить в них термин "время" на термин "первый эфир", как многое в его рассуждениях становится ясным, по крайней мере, на интуитивном уровне. В следующем разделе будет показано, что типичными уравнениями, описывающими первый эфир, являются уравнения типа Шредингера и Клейна-Гордона.

Второй эфир — электромагнитное состояние материи. Атомы второго эфира являются уже сложными образованиями, но и эти атомы чрезвычайно малы — их массы много меньше массы фотона. Возмущения в этом эфире распространяются со скоростью света и более высокими.

Комментарий. Второй эфир — это то, что в современной физике называется электромагнитным полем. Но стоит подчеркнуть, что в отличие от воззрений физиков, электромагнитное поле не имеет никакого отношения к зарядам, хотя заряженные микротела (например, электроны) вносят сильные возмущения в электромагнитное поле. Как будет отмечено ниже типичными уравнениями, описывающими динамику второго эфира, являются уравнения максвелловского типа, но более сложные.

Третий эфир или световое состояние материи. Это, собственно говоря, взвесь мельчайших частиц в электромагнитном поле. Массы этих частиц, называемых фотонами, уже известны, вероятно, достоверно. Они имеют порядок 10^{-65}г. Весьма похоже на то, что свет — это движение упомянутых мельчайших частиц в электромагнитном поле на скорости распространения сигналов во втором эфире. Какие при этом происходят явления легко представить себе, если рассмотреть движение самолета в атмосфере со скоростью в точности равной скорости звука. Если третий эфир действительно реален, то корпускулярно-волновая природа света становится самоочевидной.

Четвертый эфир или тепловое состояние материи. Этот эфир уже достаточно хорошо известен под названием плазмы. Отличие его от плазмы заключено в том, что в плазме недостаточно учитываются спинорные движения (вращательные степени свободы). Именно в этом эфире зарождается то свойство тел, которое проявляется как заряд в последующих эфирах. Однако, например, фрикционное электричество, не имеющее прямого отношения к привычному нам электричеству, объясняется именно на уровне четвертого эфира. Четвертый эфир играет исключительно важную роль во многих метафизических учениях.

Пятый, шестой и седьмой эфиры не нуждаются в комментариях, ибо это газообразное, жидкое и твердое состояние тел соответственно. Отмечу только, что электричество является атрибутом этих эфиров.

В заключение этого пункта еще раз подчеркну, что все вышесказанное является не более, чем предположением для рациональной науки. Я рассматриваю сказанное как нулевое приближение к Реальности. Тщательный анализ математических моделей описанных эфиров покажет, насколько они приемлемы, а в чем потребуют значительных уточнений. Этот анализ, конечно, проявит дополнительные возможности интуиции и тогда возникнет новое приближение к Реальности. Как бы плохи ни были сформулированные выше представления, они все-таки, за неимением лучших, необходимы для рациональной механики.

4 Динамика первого эфира. Уравнение Шредингера

Г.Лоренц в заключение книги [13, с. 66] пишет: “В последнее время механические объяснения происходящих в эфире процессов все более отступают на задний план. Для многих физиков основной частью теории является точное количественное описание явлений, как, например, данное в уравнениях Максвелла. Однако, даже если стоять на такой точке зрения, механические аналогии все же сохраняют некоторое значение. Они помогают нам думать о явлениях и могут явиться источником идей для новых исследований”. Эти слова произнесены великим физиком в 1902 году и, очевидно, для физики это было прощание перед окончательным разрывом с классической механикой. Описание Г.Лоренцом старых теорий эфиров ясно показывает, что они были обречены на неудачу, т.к. с одной стороны, все эти теории демонстрируют явное желание их авторов ввести в рассмотрение спинорные движения, но, с другой стороны, подходящий для этого математический аппарат в то время не был разработан. Книга Е. и Ф.Коссера [22], в которой впервые рассмотрены мультиполярные среды, опубликована в 1909 г. Впрочем, и эта книга еще не давала всех необходимых средств. Настоящее развитие мультиполярных теорий в механике началось после 1958 г.

Для ясного понимания нижеследующего необходимо знание мультиполярных теорий и статьи [4]. Обратимся к выводу уравнений динамики первого эфира.

Рассмотрим инерциальную систему отсчета S. Выделим в ней кусочно-гладкую замкнутую поверхность Σ, не имеющую точек самопересечения и фиксированную в S-системе. Через $m(\Sigma)$ обозначим число частиц, находящихся в данный момент времени t внутри Σ. Как и всегда в феноменологических теориях, число $m(\Sigma)$ не обязательно является целым, что не имеет значения, т.к. по предположению $m(\Sigma)$ велико. Тогда для $m(\Sigma)$ получаем

$$m(\Sigma) = \int_{\nu_\Sigma} \rho(\mathbf{x}, t)\, d\nu, \tag{1}$$

где $\rho(\mathbf{x}, t)$ — объемная плотность частиц, $\mathbf{x}$ — вектор положения точки тела отсчета, ν_Σ — объем заключенный внутри Σ. Включение времени t в $\rho(\mathbf{x}, t)$ показывает, что число частиц внутри Σ переменно. Ранее говорилось, что частицы первого эфира неподвижны в абсолютном пространстве. Поскольку мы пользуемся движущейся S-системой, то число частиц в Σ переменно. Множество частиц внутри Σ назовем телом A. Кинетическую энергию тела A представим в виде

$$K(A) = \int_{\nu_\Sigma} \rho(\mathbf{x}, t)\, \mathcal{K}\, d\nu, \quad \mathcal{K} = \frac{1}{2}\, \xi\, \mathbf{V} \cdot \mathbf{V} + \frac{1}{2}\, \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{P} \cdot \boldsymbol{\Theta} \cdot \mathbf{P}^{\mathsf{T}} \cdot \boldsymbol{\omega}, \tag{2}$$

где $\mathcal{K}$ — плотность кинетической энергии; $\rho\xi\, d\nu$ — масса объема эфира $d\nu$; $\mathbf{P}(\mathbf{x}, t)$ — тензор поворота частицы; $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}, t)$ — угловая скорость; $\boldsymbol{\Theta}$ — тензор инерции; ξ и $\boldsymbol{\Theta}$ не зависят ни от $\mathbf{x}$, ни от t, т.к. все частицы однотипны. Количество движения $\mathbf{A}$ и динамический спин $\mathbf{B}$ вычисляются по формулам [4]

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \int_{\nu_\Sigma} \rho(\mathbf{x}, t)\, \mathbf{A}\, d\nu, & \mathbf{A} &= \xi\, \mathbf{V} = \text{const}; \\ \mathbf{B} &= \int_{\nu_\Sigma} \rho(\mathbf{x}, t)\, \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)\, d\nu, & \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{x} \times \xi\, \mathbf{V} + \mathbf{P} \cdot \boldsymbol{\Theta} \cdot \mathbf{P}^{\mathsf{T}} \cdot \boldsymbol{\omega}, \end{aligned} \tag{3}$$

где $\mathbf{B}$ — плотность динамического спина. Напомним, что угловая скорость $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}, t)$ вычисляется по уравнению Пуассона

$$\dot{\mathbf{P}}(\mathbf{x}, t) = \boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}, t) \times \mathbf{P}(\mathbf{x}, t), \qquad \dot{f} \equiv \frac{df}{dt}. \tag{4}$$

Запишем первый закон динамики Эйлера [4]

$$\frac{d}{dt} \int_{\nu_\Sigma} \rho\xi\mathbf{V}\, d\nu = \int_{\Sigma} \boldsymbol{\tau}_{(\mathbf{n})}\, d\Sigma + \int_{\nu_\Sigma} \dot{\rho}\xi\mathbf{V}\, d\nu, \tag{5}$$

где считается, что внешние массовые силы отсутствуют: второе слагаемое в правой части есть скорость подвода количества движения в тело A; $\boldsymbol{\tau}_{(\mathbf{n})}\, d\Sigma$ — сила, действующая на площадку $d\Sigma$ с единичной внешней нормалью $\mathbf{n}$. Используя стандартные рассуждения, из (5) получаем

$$\boldsymbol{\tau}_{(\mathbf{n})} = -\boldsymbol{\tau}_{(-\mathbf{n})}, \qquad \boldsymbol{\tau}_{(\mathbf{n})} = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau}, \qquad \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = \mathbf{0}, \tag{6}$$

где $\boldsymbol{\tau}$ — тензор напряжений в эфире. Видим, что $\boldsymbol{\tau}$ находится из условий статики, что несколько необычно для динамической теории — в этом специфика первого эфира.

Второй закон динамики Эйлера имеет вид [4]:

$$\frac{d}{dt}\int_{\nu_\Sigma} \rho\mathbf{B}\,d\nu = \int_\Sigma \left(\mathbf{x}\times\boldsymbol{\tau}_{(\mathbf{n})} + \boldsymbol{\mu}_{(\mathbf{n})}\right)\,d\Sigma + \int_{\nu_\Sigma} \rho\mathbf{L}\,d\nu + \int_{\nu_\Sigma} \dot{\rho}\mathbf{B}\,d\nu, \tag{7}$$

где $\boldsymbol{\mu}_{(\mathbf{n})}\,d\Sigma$ — момент, действующий на площадку $d\Sigma$; $\rho\mathbf{L}$ — объемная плотность внешнего момента; последнее слагаемое есть скорость подвода кинетического момента в тело A.

Используя (7) и учитывая (6), получаем

$$\boldsymbol{\mu}_{(\mathbf{n})} = -\boldsymbol{\mu}_{(-\mathbf{n})}; \qquad \boldsymbol{\mu}_{(\mathbf{n})} = \mathbf{n}\cdot\boldsymbol{\mu},$$

где тензор 2-го ранга $\boldsymbol{\mu}$ называется тензором моментных напряжений.

Локальная форма второго закона динамики имеет вид

$$\nabla\cdot\boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\tau}_\times + \rho\mathbf{L} = \rho\dot{\mathbf{B}}; \quad \nabla = \mathbf{i}_k\frac{\partial}{\partial x_k}, \quad (\mathbf{a}\otimes\mathbf{b})_\times \equiv \mathbf{a}\times\mathbf{b}. \tag{8}$$

Система уравнений (6), (8) содержит 21 неизвестную функцию (по девять координат $\boldsymbol{\tau}$ и $\boldsymbol{\mu}$ и три параметра, определяющие тензор $\mathbf{P}$), т.е. она не замкнута. Отдельного обсуждения требует функция $\rho(\mathbf{x},t)$ но о ней речь пойдет ниже. Для замыкания системы (6), (8) необходимо привлекать определяющие уравнения. Трудность здесь в том, что мы не знаем от каких аргументов зависят $\boldsymbol{\tau}$ и $\boldsymbol{\mu}$. Чтобы преодолеть это затруднение, выпишем уравнение баланса энергии [4] для тела A.

$$\frac{d}{dt}\int_{\nu_\Sigma} \rho\,(\mathcal{K}+U)\,d\nu = \int_\Sigma \left(\boldsymbol{\tau}_{(\mathbf{n})}\cdot\mathbf{V} + \boldsymbol{\mu}_{(\mathbf{n})}\cdot\boldsymbol{\omega}\right)\,d\Sigma +$$

$$\int_{\nu_\Sigma} \left[\rho\mathbf{L}\cdot\boldsymbol{\omega} + \dot{\rho}\,(\mathcal{K}+U)\right]\,d\nu, \tag{9}$$

где ρU — объемная плотность внутренней энергии, а последнее слагаемое в правой части (9) есть скорость подвода энергии в тело A, возникающее из-за движения S–системы.

В локальной форме уравнение (9) принимает вид

$$\rho\dot{U} = \boldsymbol{\mu}^T\cdot\cdot\nabla\boldsymbol{\omega} + 2\mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\omega}\,, \tag{10}$$

где учтены уравнения (6), (8); условие $\mathbf{V} = \text{const}$ и разложение

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}^s + \mathbf{q}\times\mathbf{E} \;\Rightarrow\; \boldsymbol{\tau}_\times = -2\mathbf{q} \;\Rightarrow\; \nabla\cdot\boldsymbol{\tau}^s + \nabla\times\mathbf{q} = \mathbf{0}\,, \tag{11}$$

где $\boldsymbol{\tau}^s$ — симметричная часть $\boldsymbol{\tau}$.

Уравнение (10) необходимо преобразовать к другому виду. Для этого необходимо учесть следующие тождества

$$\boldsymbol{\omega} = -\frac{1}{2}\left(\dot{\mathbf{P}}\cdot\mathbf{P}^T\right)_\times \;\Rightarrow\; 2\mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\omega} = \left(\mathbf{q}\times\mathbf{P}^T\right)\cdot\cdot\dot{\mathbf{P}}\,. \tag{12}$$

Далее, введем в рассмотрение векторы деформации $\mathbf{\Phi}_k$ с помощью уравнений Пуассона

$$\partial_k \mathbf{P} = \mathbf{\Phi}_k \times \mathbf{P} \;\Rightarrow\; \mathbf{\Phi}_k = -\frac{1}{2}\left[\partial_k \mathbf{P} \cdot \mathbf{P}^{\mathsf{T}}\right]_{\times}, \qquad \partial_k \equiv \partial/\partial x_k. \tag{13}$$

Дифференцируя (4) по x_k и учитывая (13), получаем

$$(\partial_k \mathbf{P})^{\boldsymbol{\cdot}} = \partial_k \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{P} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{\Phi}_k \times \mathbf{P}).$$

Дифференцируя (13) по времени и учитывая (4), получаем

$$(\partial_k \mathbf{P})^{\boldsymbol{\cdot}} = \dot{\mathbf{\Phi}}_k \times \mathbf{P} + \mathbf{\Phi}_k \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{P}).$$

Левые части последних двух равенств очевидно совпадают, следовательно, совпадают и их правые части. Отсюда получаем уравнения структуры Э.Картана [23]:

$$\partial_k \boldsymbol{\omega} = \dot{\mathbf{\Phi}}_k + \mathbf{\Phi}_k \times \boldsymbol{\omega} \;\Rightarrow\; \nabla \boldsymbol{\omega} = \dot{\mathbf{F}} + \mathbf{F} \times \boldsymbol{\omega}, \qquad \mathbf{F} \equiv \mathbf{i}_k \otimes \mathbf{\Phi}_k, \tag{14}$$

где $\mathbf{F}$ называется тензором деформации.

Подставляя (12) и (14) в (10) и проводя некоторые преобразования, уравнению баланса энергии придаем вид

$$\rho \dot{U} = \boldsymbol{\mu}^{\mathsf{T}} \cdot\cdot\, \dot{\mathbf{F}} + \left[\left(\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{\mu}^{\mathsf{T}} \cdot \mathbf{F}\right)_{\times} + \mathbf{q}\right) \times \mathbf{P}\right]^{\mathsf{T}} \cdot\cdot\, \dot{\mathbf{P}}. \tag{15}$$

Теперь уже легко принять следующие определяющие уравнения

$$U = U(\mathbf{F}, \mathbf{P}), \qquad \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}(\mathbf{F}, \mathbf{P}), \qquad \mathbf{q} = \mathbf{q}(\mathbf{F}, \mathbf{P}). \tag{16}$$

Учитывая равенство

$$\dot{U} = \left(\frac{\partial U}{\partial \mathbf{F}}\right)^{\mathsf{T}} \cdot\cdot\, \dot{\mathbf{F}} + \left(\frac{\partial U}{\partial \mathbf{P}}\right)^{\mathsf{T}} \cdot\cdot\, \dot{\mathbf{P}},$$

уравнение (15) переписываем в виде

$$\left(\rho \frac{\partial U}{\partial \mathbf{F}} - \boldsymbol{\mu}\right)^{\mathsf{T}} \cdot\cdot\, \dot{\mathbf{F}} + \left[\rho \frac{\partial U}{\partial \mathbf{P}} - \left(\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{\mu}^{\mathsf{T}} \cdot \mathbf{F}\right)_{\times} + \mathbf{q}\right) \times \mathbf{P}\right]^{\mathsf{T}} \cdot\cdot\, \dot{\mathbf{P}} = 0. \tag{17}$$

Получили линейную функцию скоростей $\dot{\mathbf{F}}$ и $\dot{\mathbf{P}}$, которая должна тождественно обращаться в нуль. Однако в (17) не все скорости линейно независимы. В самом деле, из уравнения Пуассона имеем

$$\dot{\mathbf{P}} \cdot \mathbf{P}^{\mathsf{T}} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{E} \;\Rightarrow\; (\mathbf{A} \cdot \mathbf{P})^{\mathsf{T}} \cdot\cdot\, \dot{\mathbf{P}} = 0, \qquad \forall \mathbf{A}:\; \mathbf{A} = \mathbf{A}^{\mathsf{T}}.$$

С учетом этого равенства можно утверждать, что для справедливости (17) при всех возможных процессах необходимо выполнение соотношений

$$\boldsymbol{\mu} = \rho \frac{\partial U}{\partial \mathbf{F}}, \qquad \left(\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{\mu}^{\mathsf{T}} \cdot \mathbf{F}\right)_{\times} + \mathbf{q}\right) \times \mathbf{P} = \rho \frac{\partial U}{\partial \mathbf{P}} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{P}. \tag{18}$$

Второе из этих равенств после умножения на $\mathbf{P}^{\mathrm{T}}$ справа и вычисления векторного инварианта ($\mathbf{A}_{\times} = \mathbf{0}$) дает

$$\mathbf{q} = -\frac{1}{2}\,\rho\,\left[\frac{\partial U}{\partial \mathbf{P}}\cdot\mathbf{P}^{\mathrm{T}} + \left(\frac{\partial U}{\partial \mathbf{F}}\right)^{\mathrm{T}}\cdot\mathbf{F}\right]_{\times}. \tag{19}$$

Соотношениями (16), (18), (19) определяются тензор моментных напряжений $\boldsymbol{\mu}$ и кососимметричная часть тензора напряжения $\boldsymbol{\tau}$. Симметричная часть $\boldsymbol{\tau}$ должна находиться по (11) и дополнительным определяющим уравнениям. Однако в дальнейшем $\boldsymbol{\tau}^s$ нас интересовать не будет. Обращает на себя внимание тот факт, что $\boldsymbol{\tau}^s$ не влияет на внутреннюю энергию. Удивляться этому не приходится. Здесь можно вспомнить, что внутренняя энергия абсолютно твердого тела не зависит от напряжений в теле. К предыдущим уравнениям осталось добавить закон "сохранения" частиц в объеме ν_{Σ}. Нетрудно получить уравнение

$$\dot{\rho} = -\mathbf{V}\cdot\nabla\rho\,,$$

которое показывает, что изменение плотности частиц происходит только за счет движения эфира относительно S-системы. Если эфир однороден, то $\nabla\rho = 0$ и $\dot{\rho} = 0$.

Выше была представлена, по существу, общая теория чисто моментной среды, в которой частицы только вращаются, их трансляционные движения обусловлены только движением системы отсчета. Насколько мне известно, уравнения такого типа получены впервые. Следует отметить, что теории эфира, представленные в книге Г.Лоренца, не имеют отношения к первому эфиру. Выведенные выше уравнения являются более общими, чем это необходимо для первого эфира. Они просто показывают в каком классе уравнений следует искать динамические уравнения первого эфира. Далее я приму весьма сильные ограничения, которые, разумеется, не обязательны с чисто теоретической точки зрения и оправдываются на этапе их построения исключительно интуитивными представлениями. Важно только чтобы эти ограничения не вступали в противоречия ни с формальной логикой, ни со всеми предыдущими рассуждениями.

Прежде всего, примем, что частицы первого эфира обладают трансверсально изотропными тензорами инерции

$$\boldsymbol{\Theta} = \lambda\,\mathbf{e}\otimes\mathbf{e} + \mu\,(\,\mathbf{E} - \mathbf{e}\otimes\mathbf{e})\,, \tag{20}$$

где λ и μ — осевой и экваториальный моменты инерции, единичный вектор $\mathbf{e}$ задает ось изотропии. Вектор $\mathbf{e}$ фиксирован в S-системе.

Стационарное состояние первого эфира. Оно является для нас основным и определяется заданием тензора поворота вида

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q}(\Omega t\mathbf{e}) \equiv (1-\cos\Omega t)\,\mathbf{e}\otimes\mathbf{e} + \cos\Omega t\,\mathbf{E} + \sin\Omega t\,\mathbf{e}\times\mathbf{E}\,, \tag{21}$$

где $\Omega = \mathrm{const}$ есть угловая скорость вращения частицы. Тензору поворота (21) отвечают угловая скорость $\boldsymbol{\omega}$ и тензор деформации $\mathbf{F}$ следующего вида

$$\boldsymbol{\omega} = \Omega\mathbf{e}\,, \qquad \mathbf{F} = \mathbf{0}\,.$$

Считаем, что тензору $\mathbf{F} = \mathbf{0}$ и тензору поворота (21) отвечают нулевой тензор $\boldsymbol{\mu}$ и нулевой вектор $\mathbf{q}$.

$$\boldsymbol{\mu}\,(\mathbf{0}\,,\mathbf{Q}) = \mathbf{0}\,, \qquad \mathbf{q}\,(\mathbf{0}\,,\mathbf{Q}\,(\Omega t\mathbf{e})) = \mathbf{0}\,.$$

Эти допущения аналогичны гипотезе натурального состояния в механике сплошных сред. Легко видеть, что при стационарном состоянии эфира основное уравнение динамики эфира (8) выполняется тождественно. Таким образом, стационарное состояние первого эфира, если он вообще существует, дает нам то, что субъективно воспринимается нами, как время: в каждой точке пространства угол $\alpha = \Omega t$, накручиваемый частицей, по существу не отличим от времени. Может вызвать удивление тот факт, что в пространстве (системе отсчета) появилась выделенная ось $\mathbf{e}$, т.е. появилась определенная анизотропия. Соответствует ли она Реальности? Трудно ответить на этот вопрос, но нельзя и отрицать такую возможность. Например, строение Солнечной системы и Галактик указывает на их стремление расположиться в одной плоскости, а нормаль к этой плоскости, возможно, и дает нам ось $\mathbf{e}$. Можно указать и другие соображения. В любом случае требуется тщательный анализ. Пока же рассматриваем все сказанное как сугубо теоретическую возможность и не более того.

Обратимся к выводу уравнений, описывающих распространение возмущений в первом эфире. Примем, что эти возмущения малы по норме. Тензор поворота представим в виде композиции поворота (21) и малого поворота

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q}(\psi\mathbf{e}) \cdot \mathbf{Q}(\theta\mathbf{m}) \cdot \mathbf{Q}(\varphi\mathbf{e}) \cdot \mathbf{Q}(\Omega t\mathbf{e}), \qquad |\mathbf{m}| = 1, \quad \mathbf{m} \cdot \mathbf{e} = 0, \tag{22}$$

где ψ, θ, φ — углы прецессии, нутации и собственного вращения, т.е. углы Эйлера, описывающие малый поворот. Малым здесь является только угол нутации θ: $|\theta| \ll 1$. Выражение (22) легко переписать в другом виде [24]

$$\mathbf{P} = (\mathbf{E} + \boldsymbol{\gamma} \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{Q}(\beta\mathbf{e}), \quad \beta = \Omega t + \psi + \varphi, \quad \boldsymbol{\gamma} = \theta\,\mathbf{Q}(\psi\mathbf{e}) \cdot \mathbf{m}, \tag{23}$$

где вращающийся вектор нутации $\boldsymbol{\gamma}$ ($\boldsymbol{\gamma} \cdot e = 0$) мал по модулю: $|\boldsymbol{\gamma}| = |\theta|$. Малой считается и сумма $\varphi + \psi$.

Нетрудно вычислить вектор угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ и векторы деформации $\boldsymbol{\Phi}_k$, отвечающие тензору поворота (23)

$$\boldsymbol{\omega} = \Omega\mathbf{e} + \dot{\boldsymbol{\gamma}} + \Omega\boldsymbol{\gamma} \times \mathbf{e} + \left(\dot{\psi} + \dot{\varphi}\right)\mathbf{e}, \qquad \boldsymbol{\Phi}_k = \partial_k\boldsymbol{\gamma} + \partial_k(\varphi + \psi)\,\mathbf{e}. \tag{24}$$

Видим, что $\boldsymbol{\omega}$ содержит большое слагаемое $\Omega\mathbf{e}$, а векторы деформации $\boldsymbol{\Phi}_k$ малы. Для тензора деформации $\mathbf{F}$ получаем равенство

$$\mathbf{F} = \nabla\boldsymbol{\gamma} + \nabla(\varphi + \psi) \otimes \mathbf{e} = \nabla\left[\boldsymbol{\gamma} + (\varphi + \psi)\mathbf{e}\right], \qquad \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{e} = 0. \tag{25}$$

Кинетический момент $\mathbf{B}$, заданный выражением (3), отличается от динамического спина $\mathbf{P} \cdot \boldsymbol{\Theta} \cdot \mathbf{P}^{T} \cdot \boldsymbol{\omega}$ только несущественным постоянным слагаемым $\mathbf{x} \times \xi\mathbf{V}$. Поэтому в дальнейшем $\mathbf{B}$ будем называть динамическим спином, а слагаемое $\mathbf{x} \times \xi\mathbf{V}$ будет просто игнорироваться.

Примем основные допущения, характерные не для всякой моментной среды, а только для первого эфира

$$\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{e} = 0, \qquad \mathbf{q} \cdot \mathbf{e} = 0, \qquad \varphi + \psi = 0. \tag{26}$$

Тогда линеаризованное выражение для динамического спина принимает вид

$$\mathbf{B} = \lambda\Omega\mathbf{e} + \mu\dot{\boldsymbol{\gamma}} + \lambda\Omega\boldsymbol{\gamma} \times \mathbf{e}, \qquad \mathbf{B} \cdot \mathbf{e} = \lambda\Omega = \text{const}. \tag{27}$$

Выражения (24) принимают вид

$$\boldsymbol{\omega} = \Omega \mathbf{e} + \dot{\boldsymbol{\gamma}} + \Omega \boldsymbol{\gamma} \times \mathbf{e}\,, \qquad \mathbf{F} = \nabla \boldsymbol{\gamma}\,, \qquad \nabla \boldsymbol{\omega} = (\nabla \boldsymbol{\gamma})^{\cdot} + \nabla \boldsymbol{\gamma} \times \Omega \mathbf{e}\,. \tag{28}$$

Уравнение баланса энергии (10) переписывается в виде

$$\rho \dot{U} = \boldsymbol{\mu}^{T} \cdot\cdot \nabla \dot{\boldsymbol{\gamma}} + 2\mathbf{q} \cdot \dot{\boldsymbol{\gamma}} + \Omega \left[\boldsymbol{\mu}^{T} \cdot\cdot (\nabla \boldsymbol{\gamma} \times \mathbf{e}) + 2\mathbf{q} \cdot (\boldsymbol{\gamma} \times \mathbf{e}) \right].$$

Инвариантность внутренней энергии по отношению к замене системы отсчета приводит к условию, которое в линеаризованном случае дает равенство

$$\boldsymbol{\mu}^{T} \cdot\cdot (\nabla \boldsymbol{\gamma} \times \mathbf{e}) + 2\mathbf{q} \cdot (\boldsymbol{\gamma} \times \mathbf{e}) = 0. \tag{29}$$

Поэтому предыдущее равенство принимает вид

$$\rho \dot{U} = \boldsymbol{\mu}^{T} \cdot\cdot (\nabla \boldsymbol{\gamma})^{\cdot} + 2\mathbf{q} \cdot \dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad \Rightarrow \quad U = U(\nabla \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\gamma})\,. \tag{30}$$

Соотношения Коши-Грина (18), (19) принимают совсем простой вид

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{\partial \rho U}{\partial \nabla \boldsymbol{\gamma}}, \qquad 2\mathbf{q} = \frac{\partial \rho U}{\partial \boldsymbol{\gamma}} \qquad (\rho = \mathrm{const}). \tag{31}$$

В линейной теории для внутренней энергии можно принять квадратичную форму

$$\rho U = \frac{1}{2} \nabla \boldsymbol{\gamma} \cdot\cdot \mathbf{A} \cdot\cdot \nabla \boldsymbol{\gamma} + \nabla \boldsymbol{\gamma} \cdot\cdot \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\gamma} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\gamma}\,, \tag{32}$$

где тензоры четвертого ранга $\mathbf{A}$ третьего ранга $\mathbf{B}$ и второго ранга $\mathbf{C}$ трансверсально изотропны с осью изотропии $\mathbf{e}$ и удовлетворяют ограничениям

$$\mathbf{d} \cdot\cdot \mathbf{A} = \mathbf{A} \cdot\cdot \mathbf{d}\,, \quad \mathbf{e} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}\,, \qquad \mathbf{e} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{0}\,, \quad \mathbf{B} \cdot \mathbf{e} = \mathbf{0}\,, \qquad \mathbf{C} = \mathbf{C}^{T}, \quad \mathbf{e} \cdot \mathbf{C} = \mathbf{0}\,,$$

причем тензор второго ранга $\mathbf{d}$ здесь произволен. Эти ограничения, очевидно, не уменьшают степени общности (32).

Общий вид трансверсально изотропных тензоров, удовлетворяющих вышеприведенным ограничениям, дается формулами

$$\mathbf{A} = A_0 \mathbf{i}_\alpha \mathbf{e}\, \mathbf{i}_\alpha \mathbf{e} + A_1 \mathbf{a}\, \mathbf{a} + A_2 \left(\mathbf{i}_\alpha \mathbf{i}_\beta \mathbf{i}_\alpha \mathbf{i}_\beta + \mathbf{i}_\alpha \mathbf{a}\, \mathbf{i}_\alpha \right) + A_3 \mathbf{c}\, \mathbf{c}\,,$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{0}\,, \qquad \mathbf{C} = C\mathbf{a}\,; \qquad \mathbf{a} = \mathbf{E} - \mathbf{e} \otimes \mathbf{e}\,, \qquad \mathbf{c} = \mathbf{e} \times \mathbf{E}\,, \tag{33}$$

где подразумевается суммирование по греческим индексам от 1 до 2. Энергия деформации (32) положительно определена, если выполнены неравенства

$$A_0 > 0, \quad A_1 > 0, \quad A_2 > 0, \quad A_3 > 0, \quad C > 0.$$

Условие (29) будет выполнено, если $A_3 = A_1 + A_2$.

Простейшая форма энергии для первого эфира имеет вид

$$\rho U = A \nabla \boldsymbol{\gamma} \cdot\cdot \nabla \boldsymbol{\gamma}^{T} + C \boldsymbol{\gamma} \cdot \boldsymbol{\gamma}\,, \qquad A > 0, \quad C > 0. \tag{34}$$

В этом случае

$$\boldsymbol{\mu} = A\nabla\boldsymbol{\gamma}\,, \qquad 2\mathbf{q} = C\boldsymbol{\gamma}\,. \tag{35}$$

Уравнение баланса кинетического момента, т.е. второй закон динамики Эйлера (8), в случае (35) принимает простой вид

$$A\Delta\boldsymbol{\gamma} - C\boldsymbol{\gamma} = \rho\mu\ddot{\boldsymbol{\gamma}} + \rho\lambda\Omega\dot{\boldsymbol{\gamma}} \times \mathbf{e}\,. \tag{36}$$

На первый взгляд кажется, что уравнение (36) не встречалось ранее в физике. Однако это не совсем так. Запишем уравнение (36) в скалярной форме

$$\boldsymbol{\gamma} = \gamma_1\mathbf{i}_1 + \gamma_2\mathbf{i}_2\,, \qquad \mathbf{i}_1 \cdot \mathbf{i}_2 = 0, \quad \mathbf{e} = \mathbf{i}_1 \times \mathbf{i}_2\,, \quad |\mathbf{i}_\alpha| = 1$$

и введем функцию

$$\Psi = \gamma_1 + i\gamma_2, \qquad i^2 = -1. \tag{37}$$

Тогда уравнение (36) записывается в виде

$$-\rho\mu\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} + i\rho\lambda\Omega\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -A\Delta\Psi + C\Psi. \tag{38}$$

Если в этом уравнении отбросить первое слагаемое в левой части, то получаем хорошо известное уравнение Шредингера. Если отбросить второе слагаемое, то получаем не менее известное уравнение Клейна-Гордона. Оба уравнения лежат в основаниях квантовой механики. Напомним, что “вывод” этих уравнений в квантовой механике основан на весьма неубедительных для механиков рассуждениях. По сути единственным оправданием этих уравнений являются вытекающие из них результаты.

Более удобной является форма (36). Для разделения переменных в (36) будем искать его решение в виде

$$\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{Q}\,(pt\mathbf{e}) \cdot \boldsymbol{\Gamma}\,(\mathbf{x}) \quad \Rightarrow \quad \dot{\boldsymbol{\gamma}} = p\mathbf{e} \times \boldsymbol{\gamma}\,, \quad \ddot{\boldsymbol{\gamma}} = -p^2\boldsymbol{\gamma}\,, \quad \boldsymbol{\Gamma} \cdot \mathbf{e} = 0.$$

Тогда для вектора $\boldsymbol{\Gamma}$ получаем уравнение

$$A\Delta\boldsymbol{\Gamma} - C\boldsymbol{\Gamma} = -\left(\rho\mu p^2 - \rho\lambda\Omega p\right)\boldsymbol{\Gamma}\,. \tag{39}$$

Частные решения этого уравнения ищутся в виде

$$\boldsymbol{\Gamma} = \mathbf{D}\exp\left(i\,\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}\right),$$

где $\mathbf{k}$ называется волновым вектором. Подставляя это выражение в (39), получаем дисперсионное уравнение

$$\rho\mu p^2 - \rho\lambda\Omega p - \left(C + Ak^2\right) = 0, \qquad k^2 = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}\,.$$

Откуда получаем

$$p_{1,2} = \frac{\lambda\Omega}{2\mu} \pm \sqrt{\left(\frac{\lambda\Omega}{2\mu}\right)^2 + \frac{C + Ak^2}{\rho\mu}}. \tag{40}$$

Итак, в первом эфире имеется две скорости распространения волн сильно различающиеся по величине.

К сожалению, объем статьи не позволяет обсудить множество вопросов, возникающих в связи с уравнением (36) и его приложениями. Замечу только, что угловая скорость Ω существенно входит в (36) и именно она, видимо, в первую очередь может претендовать на роль фундаментальной мировой константы.

Можно предположить, что первый эфир играет главную роль в объяснении строения ядер и атомов. Для макротел первый эфир практически не ощутим, если не принимать во внимание особо тонких экспериментов.

5 Механика и классическая электродинамика

Как уже отмечалось, второй эфир (или, если угодно, второе поле) — это электромагнитное состояние материи, которое в современной физике описывается уравнениями Максвелла. Поэтому можно было бы ожидать, что динамика второго эфира должна подчиняться уравнениям Максвелла. Однако это не так. Уравнения динамики второго эфира значительно сложнее уравнений Максвелла и качественно от них отличаются. К сожалению, полный вывод этих уравнений выходит за рамки данной работы.

Целью данного пункта является описание классических уравнений Максвелла и их интерпретация в терминах механики. Именно с электродинамики берет начало точка зрения, что механистическое описание мира принципиально ограничено и непригодно для изучения электромагнитных процессов. Ниже я намерен опровергнуть эту точку зрения.

В современной физике считается, что уравнения Максвелла являются чем-то вроде божественного откровения и потому просто постулируются. Их каноническая запись имеет следующий вид [25, с. 76]

$$\nabla\cdot\mathbf{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0},\quad \nabla\times\mathbf{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t},\quad \nabla\cdot\mathbf{B}=0,\quad \nabla\times\mathbf{B}=\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}+\frac{1}{\varepsilon_0 c}\,\mathbf{j}, \tag{41}$$

где ρ — плотность заряда, $\mathbf{j}$ — плотность тока, т.е. скорость протекания заряда сквозь единицу площади. Здесь дается современная версия, отличная от точки зрения Дж.Максвелла: по Максвеллу ток не обязательно связан с движением зарядов. Последнее обстоятельство, как будет показано ниже, весьма существенно. Из (41) следует условие разрешимости

$$\nabla\cdot\mathbf{j}=-\partial\rho/\partial t. \tag{42}$$

Примечание. Физики предпочитают называть уравнение (42) законом сохранения заряда и считать его законом Природы. С точки зрения механики никаких законов сохранения в общем случае не существует, но есть уравнения баланса неких величин. В частности, локальное уравнение баланса заряда имеет вид

$$\nabla\cdot\mathbf{j}=-\partial\rho/\partial t+h, \tag{42a}$$

где h — объемная плотность скорости подвода заряда в рассматриваемую систему. Даже если в Природе в целом существуют некие законы сохранения, то для рациональной науки они абсолютно бесполезны, поскольку мы никогда не рассматриваем и никогда не сможем рассмотреть Природу в целом. Механика и физика исследуют весьма ограниченные материальные системы, которые могут обмениваться со своим окружением чем угодно, например, зарядом. Только в очень узком классе изолированных систем появляются законы сохранения. Таким образом, уравнение (42) ни в коем случае нельзя трактовать как закон Природы — это именно необходимое условие разрешимости классических уравнений Максвелла. Оно перестанет быть таковым для модифицированных уравнений Максвелла, рассмотренных в следующем пункте, и для них вполне допустимо использовать (42a) вместо (42).

“Что касается вывода уравнений Максвелла, то с течением времени стали смотреть на дело так, что эти уравнения невозможно вывести из уравнений механики даже ценой каких бы то ни было обобщений, и большинство современных теоретиков сейчас твердо стоят на той точке зрения, что эти уравнения и не надо выводить, что их надо рассматривать как очень удачное, почти идеально точное описание электромагнитных процессов”. Эта цитата извлечена из довольно старой и далеко не бесспорной книги [26, с. 155-156]. Тем не менее, она вполне точно отражает и современную позицию. Даже беглого взгляда на систему (41) достаточно, чтобы усомниться в ее непогрешимости. Прежде всего, вызывает сомнение трактовка тока, согласно которой вектор $\mathbf{j}$ есть скорость протекания заряда сквозь единицу площади. Если это так, то система (41) переопределена и в общем случае неразрешима. Это следует просто из того факта, что для шести координат векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ имеем восемь уравнений (ρ и $\mathbf{j}$ — заданы!). Правда, третье уравнение в (41) является следствием трех остальных, если это условие выполнено в какой-либо момент времени. Так что фактически в (41) содержится семь уравнений для шести неизвестных. Этого противоречия можно избежать, если отказаться от вышеприведенной трактовки тока $\mathbf{j}$. Какие из этого вытекают следствия, будет показано в п. 7. Однако главные претензии к системе (41) заключаются в тех следствиях, которые дает механическая интерпретация системы (41). С этой целью перепишем систему (41) в другом, но эквивалентном, виде.

Введем в рассмотрение вектор $\mathbf{u}$ такой, что

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}, \qquad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{u}\,. \tag{43}$$

Допустимость введения такого вектора следует из 2-го и 3-го уравнений системы (41). Известно, что любой вектор $\mathbf{u}$ можно представить в виде

$$\mathbf{u} = \nabla\varphi + \nabla \times \mathbf{\Phi}\,, \qquad \nabla \cdot \mathbf{\Phi} = 0, \tag{44}$$

где потенциал φ определен с точностью до произвольной функции координат, т.е. прибавление к φ произвольной функции координат не меняет ни электрического, ни магнитного полей. Из первого уравнения системы (41) и (43) – (44) следует, что

$$\Delta\varphi = q, \qquad \partial q/\partial t = -c\rho/\varepsilon_0, \tag{45}$$

где функция q также определена с точностью до произвольной функции координат. Таким образом, осталось выполнить только четвертое уравнение в (41). Для этого ток $\mathbf{j}$ представим в виде

$$\mathbf{j} = \nabla\varphi_* + \nabla \times \mathbf{\Phi}_*\,, \qquad \varphi_* = \frac{\varepsilon_0}{c}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}, \qquad \nabla \cdot \mathbf{\Phi}_* = 0. \tag{46}$$

Подставляя эти выражения в последнее уравнение в (41), получаем

$$\Delta\boldsymbol{\Phi} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{\Phi}}{\partial t^2} + \frac{1}{\varepsilon_0 c}\boldsymbol{\Phi}_* = 0. \qquad (47)$$

Нетрудно убедиться, что система (43) – (47) в точности эквивалентна системе (41). Причем эта система допускает простую механическую интерпретацию. Обратим внимание, что согласно (46) ток не обязательно порождается движением зарядов. Впрочем, и в последнем случае можно трактовать ток как движение зарядов, если электромагнитное поле представить себе состоящим из двух сред, одна из которых есть континуум отрицательно заряженных частиц, а вторая — континуум положительно заряженных частиц, причем суммарная плотность заряда равна нулю. В этом случае ток есть движение одной среды относительно другой. При такой трактовке вакуум вообще не существует.

Соберем теперь все уравнения в единую таблицу, состоящую из двух колонок: в левой колонке представлены уравнения электродинамики, а в правой колонке представлены уравнения линейной динамической теории упругости [27]

электродинамика	*теория упругости*	
$\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}, \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{u}, \quad \mathbf{u} = \nabla\varphi + \nabla \times \boldsymbol{\Phi}, \quad \nabla \cdot \boldsymbol{\Phi} = 0$		(I)
$\mathbf{j} = \nabla\varphi_* + \nabla \times \boldsymbol{\Phi}_*, \quad \nabla \cdot \boldsymbol{\Phi}_* = 0$ A.	$\frac{1}{\mu}\mathbf{F} = \nabla\tilde{\varphi} + \nabla \times \tilde{\boldsymbol{\Phi}}, \quad \nabla \cdot \tilde{\boldsymbol{\Phi}} = 0$ B.	(II)
$\Delta\boldsymbol{\Phi} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{\Phi}}{\partial t^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0 c}\boldsymbol{\Phi}_*$ A.	$\Delta\boldsymbol{\Phi} = \frac{1}{c_2^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{\Phi}}{\partial t^2} - \tilde{\boldsymbol{\Phi}}$ B.	(III)
$\Delta\varphi = q, \quad \partial q/\partial t = -c\rho/\varepsilon_0,$ $\varphi_* = \frac{\varepsilon_0}{c}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}$ A.	$\Delta\varphi - \frac{1}{c_1^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 \tilde{\varphi}$ B.	(IV)

Здесь принято: $c_1^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho_*$, $c_2^2 = \mu/\rho_*$, ρ_* — массовая плотность среды, λ и μ — постоянные Ламе, $\mathbf{F}$ — объемная сила. Скорости c_1 и c_2 определяют скорости волн расширения и сдвига соответственно, причем положительность энергии деформации требует выполнения неравенства $c_1^2 > 4c_2^2/3$.

Напомню, что для уравнений теории упругости, в отличие от уравнений электродинамики, доказаны при достаточно общих предположениях теоремы существования решений. Приступим к интерпретации уравнений электродинамики. В строке (I) вектор $\mathbf{u}$ — это потенциал для электрического $\mathbf{E}$ и магнитного $\mathbf{B}$ полей. В теории упругости $\mathbf{u}$ — это вектор малых смещений, причем $\mathbf{E}$ это безразмерная скорость, взятая с обратным знаком, а $\mathbf{B}$ — ротор вектора перемещений, с которым в теории упругости обычно не работают, но можно работать и с ним. Вторая строка (II) не требует комментариев, кроме констатации, что ток $\mathbf{j}$ в электродинамике аналогичен объемной силе в теории упругости. Аналогия в строке (III) является очевидной, если принять

$$c_2 = c\,, \qquad \tilde{\boldsymbol{\Phi}} \longleftrightarrow \frac{1}{\varepsilon_0 c}\,\boldsymbol{\Phi}_*\,.$$

Наибольшие различия содержатся в строке (IV). Собственно именно уравнения в этой строке и определяют различия между электродинамикой и механикой. В физике это трактуется как невозможность механистического истолкования электродинамики и, соответственно, как ограниченность механики. Естественнее, однако, считать, что некая странность содержится в уравнениях электродинамики, а вовсе не в уравнениях механики. В самом деле, смысл уравнения в правой колонке строки (IV) вполне очевиден, а потенциал φ существует для всякой величины $\tilde{\varphi}$, т.е. для любой объемной силы $\mathbf{F}$. В электродинамике это не так. Ток $\mathbf{j}$ не может быть произвольно задан, но вычисляется (частично) по потенциалу φ. В противном случае задача электродинамики может стать неразрешимой. А это обстоятельство заставляет усомниться в “почти идеально точном описании электромагнитных процессов” уравнениями Максвелла. Сказанного, однако, мало. В отличие от теории упругости потенциал φ в электродинамике не является решением волнового уравнения. А это означает, что потенциал φ в электродинамике устанавливается мгновенно во всем пространстве. Иными словами, в уравнениях Максвелла содержится бесконечная скорость распространения сигнала, что находится в вопиющем противоречии со специальной теорией относительности. Таким образом, СТО и электродинамика Максвелла не совместимы. Само собой разумеется, что в неустранимом противоречии с СТО находятся и уравнения теории упругости из-за наличия в них двух скоростей распространения сигнала. Да и вообще любая теория, содержащая более одной скорости распространения волн, несовместима с СТО. Для более ясного проявления аналогии в уравнениях (IV.A) и (IV.B), перепишем уравнения (IV.A) в эквивалентной форме

$$\Delta\varphi - \frac{1}{c_1^2}\,\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = q - \frac{c}{\varepsilon_0 c_1^2}\,\varphi_*, \qquad \frac{c}{\varepsilon_0}\,\varphi_* = \frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}\,, \qquad \frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{c}{\varepsilon_0}\,\rho\,. \tag{48}$$

Первое из этих уравнений вполне аналогично уравнению (IV.B), если принять

$$\left(\frac{c}{c_1}\right)^2 \tilde{\varphi} \longleftrightarrow \frac{c}{\varepsilon_0 c_1^2}\,\varphi_* - q\,.$$

Теперь уже легко установить аналогию между объемной силой $\mathbf{F}$ и током и зарядом

$$\frac{1}{\mu}\,\mathbf{F} \longleftrightarrow \frac{1}{\varepsilon_0 c}\,\mathbf{j} - \left(\frac{c_1}{c}\right)^2 \nabla q$$

Принятие связи $\varphi_* = (\varepsilon_0/c)\,\partial^2\varphi/\partial t^2$ означает принудительное задание части объемной силы, что, конечно, мало убедительно в механике, как, впрочем, и в электродинамике. Тем не менее, механистическое истолкование уравнений классической электродинамики теперь уже просто очевидно и на нем больше можно не останавливаться. Ситуация становится совсем простой, если отсутствуют заряды и токи, а в теории упругости отсутствуют объемные силы. В этом случае строка (IV) принимает вид

$$\Delta\varphi = 0 \quad (\mathrm{IV.A}), \qquad \Delta\varphi = \frac{1}{c_1^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} \quad (\mathrm{IV.B})$$

Уравнение (IV.B) переходит в (IV.A) при $c_1 \to \infty$. При этом уравнения Максвелла становятся идентичными уравнениям колебаний несжимаемой среды, что и было отмечено самим Максвеллом [17, п. 784].

Заканчивая этот пункт, подчеркиваем, что механические аналогии для уравнений Максвелла оказались достаточно простыми и хорошо знакомыми всем механикам.

6 Модифицированные уравнения Максвелла

Как отмечалось выше, классические уравнения Максвелла имеют серьезный недостаток, а, именно, в них заключена бесконечная скорость распространения сигнала. К сожалению, это не единственный и далеко не самый важный недостаток классических уравнений, но об этом речь пойдет ниже. Здесь же приведем модифицированную систему уравнений Максвелла, в которой все сигналы распространяются с конечной скоростью. Для этого достаточно отказаться от связи, выражаемой вторым из уравнений (48). Тогда получим систему

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}, \qquad \mathbf{B} = \nabla\times\mathbf{u}, \qquad \mathbf{u} = \nabla\varphi + \nabla\times\mathbf{\Phi}, \qquad \nabla\cdot\mathbf{\Phi} = 0; \tag{49}$$

$$\Delta\mathbf{\Phi} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{\Phi}}{\partial t^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0 c}\,\mathbf{\Phi}_*; \tag{50}$$

$$\Delta\varphi - \frac{1}{c_1^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = q - \frac{c}{\varepsilon_0 c_1^2}\,\varphi_*, \qquad \frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{c}{\varepsilon_0}\,\rho, \qquad c_1^2 > 4c^2/3, \tag{51}$$

где ток выражается формулой

$$\mathbf{j} = \nabla\varphi_* + \nabla\times\mathbf{\Phi}_*, \qquad \nabla\cdot\mathbf{\Phi}_* = 0. \tag{52}$$

Системе (49) – (52) можно придать более привычный для электродинамики вид

$$\nabla\cdot\mathbf{E} = \frac{\rho_*}{\varepsilon_0}, \quad \nabla\times\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla\cdot\mathbf{B} = 0, \quad \nabla\times\mathbf{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_0 c}\,\mathbf{j}_*, \tag{53}$$

где

$$\rho_* = \rho + \frac{1}{c_1^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\varphi_* - \frac{\varepsilon_0}{c}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}\right), \qquad \mathbf{j}_* = \mathbf{j} - \nabla\left(\varphi_* - \frac{\varepsilon_0}{c}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}\right). \tag{54}$$

К этим уравнениям необходимо добавить уравнения (51), (52), чтобы получить замкнутую систему.

По внешнему виду система (53) весьма похожа на систему (41), но смысл ее существенно другой. Особенно это заметно в областях, где ρ и $\mathbf{j}$ равны нулю.

$$\rho = 0, \quad \mathbf{j} = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \varphi_* = c(t), \quad \mathbf{\Phi}_* = \mathbf{0}.$$

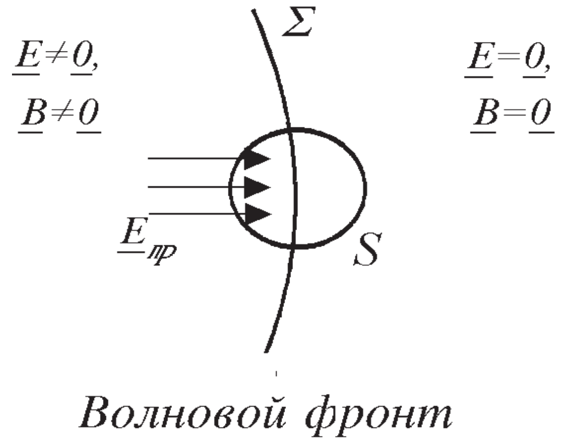

Рис. 1: Волновой фронт

В этом случае по классической системе (41) имеем, что $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$. По существу именно здесь и спрятана бесконечная скорость распространения сигнала. В самом деле, вообразим следующую ситуацию. Пусть при $t < 0$ мы имели два одинаковых по величине, но разных по знаку, точечных заряда, которые при $t \leq 0$ находились в одной точке. В этом случае при $t \leq 0$ мы имеем $\mathbf{E} = \mathbf{0}$, $\mathbf{B} = \mathbf{0}$. Пусть далее в момент времени $t = 0$ заряды начинают разбегаться. Нетрудно убедиться, что в этом случае потенциал φ обязан быть отличным от нуля при $t > 0$. Если бы поля $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ были бы представлены волнами, то была бы область, удаленная от зарядов, где поля $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ еще не возникли. Эта область отделена от области, где поля $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ уже возникли, некоей подвижной поверхностью Σ, называемой волновым фронтом — см. рисунок.

Выберем теперь замкнутую область, ограниченную поверхностью S. Согласно классическим уравнениям внутри S имеем

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \qquad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0.$$

Для поперечных волн эти условия выполнены везде, в том числе и внутри S, т.е. для $\mathbf{B}$ и части $\mathbf{E}$, представленной поперечной волной, эти условия выполнены. Но потенциал φ не может быть поперечной волной. Следовательно, на фронте волны $\nabla \cdot \mathbf{E}$ не может обращаться в нуль, ибо что-то входит внутрь S но ничего из нее не выходит. Противоречие исчезает, если мы примем, что φ — не волна и для φ нет волнового фронта. Так оно и есть в классической электродинамике — потенциал φ мгновенно устанавливается во всем пространстве. В модифицированной системе даже при отсутствии зарядов и токов $\nabla \cdot \mathbf{E} \neq 0$. В следующем пункте будут представлены задачи, где все отмеченные обстоятельства будут видны совершенно отчетливо.

Модифицированная система (49) – (52) не может быть хуже классической, ибо последняя содержится в первой как частный случай. Наиболее “странной” особенностью системы (49) – (52) является то, что в ней присутствуют волны, распространяющиеся со скоростью $c_1 > c$. В следующем пункте будет показано, что электростатические поля устанавливаются именно с помощью этих волн. Поэтому модифицированная система уничтожает пропасть между электростатикой и электродинамикой, присущую классическим уравнениям Максвелла, в которых электростатика никогда не может быть получена из динамической задачи и существует как бы сама по себе. В математическом отношении система (49) – (52), можно сказать, безупречна. Но насколько реальны волны, описывающиеся уравнением (51), и чему равна скорость c_1 — это пока еще не установлено. Чисто интуитивно существование продольных волн (51), по крайней мере для меня, не вызывает никаких сомнений, ибо в противном случае возникают проблемы, решение которых не представляется возможным. В экспериментальном плане существование волн, распространяющихся быстрее света также неоспоримо. Этот факт был впервые установлен Н.А.Козыревым [21], а затем подтвержден со всей возможной тщательностью акад. М.М.Лаврентьевым и его сотрудниками [28, 29]. Суть эксперимента Козырева состоит в следующем. Он разработал датчик, который позволяет фиксировать разного рода излучения, не вдаваясь в природу этих излучений. С помощью этого датчика Козырев фиксировал потоки излучений от звезд. Когда он направлял телескоп на видимую звезду, то он фиксировал локальный максимум интенсивности излучения. Но самое поразительное состояло в том, что еще более интенсивное излучение Козырев фиксировал тогда, когда он направлял телескоп в то место неба, где звезда должна находиться в данное время и, соответственно, еще не видна. Свет из этого места придет к нам только в далеком будущем. Можно соглашаться или не соглашаться с объяснениями, даваемыми этому явлению Н.А.Козыревым. Однако неоспоримым является факт существования излучений, распространяющихся со скоростью намного превышающей скорость света. Разумеется, нет твердых оснований считать, что именно эти излучения описываются уравнением (51), но в принципе нельзя исключить такую возможность. В любом случае необходимо проведение специальных экспериментов по проверке системы (49) – (52) и определению скорости c_1 . Важно, что все экспериментальные данные, объяснимые с помощью классических уравнений, заведомо могут быть объяснены и модифицированными уравнениями.

Итак, модифицированная система не может быть хуже классической, а теоретически она несомненно лучше. Тем не менее, фундаментальная полнота как классической, так и модифицированной систем уравнений кажется более чем сомнительной. Интуитивно ясно, что явления магнетизма, если и описываются частично этими системами, то описываются неполно и в сильно искаженной форме. Здесь я не могу вдаваться во все детали и ограничусь только очевидными замечаниями, показывающими фундаментальную неполноту уравнений Максвелла. Для этого нужно принять во внимание факты, твердо установленные экспериментальной физикой.

Первый факт. Взаимодействие между ядром и электронами атома должно носить электромагнитную природу и потому должно описываться уравнениями электродинамики.

Второй факт. Всякий атом обладает смешанным дискретно-непрерывным спектром, который определяется экспериментально.

Стремление объяснить эти два факта привело к созданию квантовой физики. С точки зрения, принятой в данной работе, цельность атома и его строение (но не строение ядра или электронов) должно объясняться на основе уравнений второго эфира, т.е. уравнений электродинамики, но, конечно, не классической. Из механики известно — см., например, [30] — что смешанные спектры появляются в задачах весьма специального вида при наличии двух основных факторов. Первый: наличие безграничной среды, оператор для которой имеет непрерывный спектр, лежащий выше некоторой частоты (частоты отсечки). Роль этой безграничной среды играет второй эфир. Примерами уравнений, заданных в безграничной среде, и имеющих частоту отсечки, являются, например, уравнения (36) или уравнения колебаний бесконечной балки (струны) на упругом основании. Для того, чтобы в уравнениях электродинамики для безграничной среды появилась частота отсечки, необходимо включить в рассмотрение спинорные движения, которые и ответственны за явления магнетизма. Иными словами, динамика второго эфира описывается уравнениями, которые определенным образом объединяют систему (49) – (52) с уравнениями типа (36). Второй фактор: дискретный спектр появляется ниже частоты отсечки, если в поле оператора с непрерывным спектром внести дискретные частицы, роль которых играют ядра и электроны. Если ядро и электроны внести в классическое или модифицированное электромагнитное поле, то никаких дискретных (отделенных) частот не появится, поскольку и система (41) и система (49) – (52) не имеют частот отсечек. Последние появляются в волноводах, но это уже не безграничная среда. Таким образом, для объяснения строения атома уравнения электродинамики должны быть существенно изменены. Именно это и делается в квантовой электродинамике, но существуют и другие пути, не выходящие за рамки классической механики.

7 Иллюстративные задачи

Сходство и различие между классической и модифицированной системами уравнений проще всего увидеть на решениях конкретных задач. Сходство будет полным в тех задачах, в которых отсутствует продольный потенциал φ, т.е. электромагнитное поле описывается только поперечными волнами. Различие будет неустранимым в тех задачах, когда начальные и краевые условия требуют наличия потенциала φ, определяющего продольную волну.

В уравнения электродинамики входят как полярные векторы, так и аксиальные. Полярными являются векторы $\mathbf{E}$, $\mathbf{u}$, $\nabla\varphi$, $\mathbf{j}$, $\nabla\varphi_*$, $\nabla\times\boldsymbol{\Phi}$, $\nabla\times\boldsymbol{\Phi}_*$. Аксиальными являются векторы $\mathbf{B}$, $\boldsymbol{\Phi}$, $\boldsymbol{\Phi}_*$. Напомним определения групп симметрии полярных и аксиальных векторов [31, 32].

Определение: группой симметрии вектора **a** называется множество ортогональных решений уравнения

$$(\det\mathbf{Q})^{\alpha}\,\mathbf{Q}\cdot\mathbf{a}=\mathbf{a}\,,\qquad \mathbf{Q}\cdot\mathbf{Q}^{\mathsf{T}}=\mathbf{E}\,, \tag{55}$$

где $\alpha=0$, если **a** полярен; $\alpha=1$, если **a** аксиален. В (55) вектор **a** задан, а ортогональные тензоры **Q** ищутся. Это прямая задача. Обратная задача: по известным элементам симметрии, т.е. тензорам **Q**, найти общий вид вектора **a**, имеющего данные тензоры **Q** своими элементами симметрии. При этом центральную роль играет принцип Кюри-Неймана [33], позволяющий заранее определить отдельные элементы симметрии (не всю группу симметрии) изучаемого объекта.

Принцип Кюри-Неймана: группа симметрии причины является подгруппой группы симметрии следствия.

Эти определения будут использованы ниже.

7.1 Задача Р.Фейнмана

Даны две непроводящие плоскости с поверхностными плотностями заряда σ_0 и $(-\sigma_0)$ соответственно. Плоскости приложены друг к другу вплотную, так что суммарная плотность заряда равна нулю. Ось, ортогональную этой плоскости, обозначим через z. В моменты времени $t \leq 0$ плоскости были неподвижны, так что поле отсутствовало $\mathbf{E} = \mathbf{0}$, $\mathbf{B} = \mathbf{0}$.

В момент времени $t = 0$ плоскость σ_0 начинает двигаться вдоль второй (неподвижной) плоскости с зарядом $(-\sigma_0)$ со скоростью

$$\mathbf{v}(t) = v_0 \, [1 - e(t)] \, \mathbf{i}_1 \,, \qquad e(t) \equiv \exp\left(-2\pi \frac{t}{\tau}\right), \qquad \tau > 0 \,, \tag{56}$$

где $\mathbf{i}_1$ — орт оси x — определяет направление движения, ортогональное $\mathbf{i}_3$ — орту оси z.

В данной задаче плотность заряда отсутствует, но ток имеется

$$\rho = 0 \,, \qquad \mathbf{j} = \sigma_0 v_0 \delta(z) [1 - e(t)] \, \mathbf{i}_1 \,.$$

Краевыми условиями являются условия отсутствия излучения с бесконечности ($z \to \pm\infty$).

В данной задаче плоскости $y = \mathrm{const}$ являются плоскостями зеркальной симметрии, а плоскости $x = \mathrm{const}$ являются плоскостями зеркальной антисимметрии. Это означает, что любой полярный вектор $\mathbf{a}$, встречающийся в данной задаче, должен иметь вид $\mathbf{a} = a(z,t) \, \mathbf{i}_1$, а любой аксиальный вектор $\mathbf{b}$ должен иметь вид $\mathbf{b} = b(z,t) \, \mathbf{i}_2$. Поставленная задача есть почти точная формулировка задачи, рассмотренной Р.Фейнманом [25, с. 82–88]. Переход к задаче Фейнмана происходит при $\tau \to 0$. Нетрудно убедиться, что в данной задаче потенциалы φ и φ_* обязаны равняться нулю. Это означает, что классическая и модифицированная системы в данной задаче совпадают, причем потенциалы $\boldsymbol{\Phi}_*$ и $\boldsymbol{\Phi}$ имеют вид

$$\boldsymbol{\Phi}_* = \Phi_*(z,t) \, \mathbf{i}_2 \,, \qquad \boldsymbol{\Phi} = \Phi(z,t) \, \mathbf{i}_2 \,.$$

Для $\Phi_*(z,t)$ получается выражение

$$\Phi_*(z,t) = -\sigma_0 v_0 \theta(z) \, [1 - e(t)] \,, \qquad \theta(z) = \begin{cases} \frac{1}{2}\,, & z > 0, \\ -\frac{1}{2}\,, & z < 0. \end{cases}$$

Уравнение (47) принимает вид

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 c} \sigma_0 v_0 \theta(z) \, [1 - e(t)]. \tag{57}$$

Начальные условия однородны

$$\Phi(z,0) = 0 \,, \qquad \left. \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial t} \right|_{t=0} = 0 \,. \tag{58}$$

Для векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ имеем представления

$$\mathbf{E} = \frac{1}{c} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial t} \, \mathbf{i}_1 \,, \qquad \mathbf{B} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \, \mathbf{i}_2 \,. \tag{59}$$

Ясно, что справедливо равенство $\Phi(z,t) = -\Phi(-z,t)$, т.е. $\mathbf{E}$ — четная, а $\mathbf{B}$ — нечетная функция z. Решение задачи (57), (58) не представляет затруднений и его можно не выписывать.

В этой задаче различие между классической и модифицированной системами отсутствует и они равноправны.

Оставшиеся задачи этого пункта уже будут иметь существенные различия и для каждой из них будут приведены решения с трех различных точек зрения.

7.2 Электромагнитное поле заряжаемой плоскости

Некоторые факты, присущие классической электродинамике, вызывают немалое удивление у человека, воспитанного в традициях классической механики. Прежде всего, это касается электростатики, которая входит в электродинамику как бы сама по себе. В механике любая статическая задача получается предельным переходом от соответствующей динамической задачи. Статическое состояние устанавливается в теле посредством тех или иных волн. В электродинамике это не так: электростатическое поле устанавливается мгновенно во всем пространстве. Другой факт. Р.Фейнман пишет [25, с. 78] : "Законы физики не дают ответа на вопрос: "Что случится если заряд внезапно возникает в этой точке, какие будут при этом электромагнитные эффекты?" Ответ дать нельзя, потому что наши уравнения утверждают, что такого не происходит. Если бы это случилось, нам понадобились бы новые законы, но мы не можем сказать какими бы они были...". Для механика все это звучит странно. В механике мы внезапно прикладываем неизвестно откуда взявшиеся силы и наблюдаем реакцию системы на эти силы. Более того, от основных уравнений требуется, чтобы они были разрешимы при произвольно заданных внешних силах независимо от возможности существования подобных сил. Заряды и токи в электродинамике являются аналогами объемных сил в теории упругости. Поэтому с позиций механика удовлетворительная электродинамическая теория просто обязана давать однозначный ответ на вопрос Р.Фейнмана.

Простейшей задачей, позволяющей проанализировать указанные выше обстоятельства, является задача о нахождении электромагнитного поля заряжаемой плоскости. Рассмотрим непроводящую плоскость $z = 0$. Пусть ее поверхностная плотность заряда меняется по закону

$$\sigma(t) = \sigma_0 \left[1 - e(t)\right],$$

где $e(t)$ определяется выражением (56).

Здесь плоскость заряжается за время τ от нулевого значения плотности до значения σ_0, если считать, что величина $\exp(-2\pi) = 1.87 \cdot 10^{-3}$ пренебрежимо мала в сравнении с 1. При $t \le 0$ электрическое и магнитное поля отсутствовали. В данной задаче имеется два семейства плоскостей зеркальной симметрии $x = \mathrm{const}$ и $y = \mathrm{const}$. Поэтому все аксиальные векторы в этой задаче равны нулю

$$\mathbf{B} = \mathbf{0}, \qquad \mathbf{\Phi} = \mathbf{0}, \qquad \mathbf{\Phi}_* = \mathbf{0}.$$

При этом вектор электрического поля определяется выражением

$$\mathbf{E}(z,t) = \mathcal{E}(z,t)\,\mathbf{i}_3 \quad \Rightarrow \quad \varphi = \varphi(z,t) \quad \Rightarrow \quad \varphi_* = \varphi_*(z,t).$$

Теперь возможны три разных точки зрения.

Первая: заряд и ток заданы, причем ток определяется движением зарядов. В этом случае имеем

$$\rho = \sigma_0 \delta(z)\,[1 - e(t)]\,, \qquad \mathbf{j} = \mathbf{0}\,.$$

Здесь условие разрешимости (42) не выполнено и задача не имеет решения.

Вторая точка зрения: заряд задан, но ток $\mathbf{j}$ подлежит определению. Эту позицию автору излагали многие физики, но она кажется уязвимой, т.к. в этом случае классическая система (41) не замкнута, хотя, как в данной задаче, в некоторых случаях она имеет однозначное решение. В самом деле, согласно (45) имеем

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -\frac{c\sigma_0 \delta(z)}{\varepsilon_0} \left[t + \frac{\tau}{2\pi}\, e(t)\right] \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial \varphi(z,t)}{\partial z} = -\frac{c\sigma_0 \theta(z)}{\varepsilon_0} \left[t + \frac{\tau}{2\pi}\, e(t)\right]\,, \qquad \theta(z) = \begin{cases} \frac{1}{2}\,, & z > 0, \\ -\frac{1}{2}\,, & z < 0. \end{cases}$$

Тогда согласно (46) для тока имеем выражение

$$\mathbf{j} = \frac{\partial \varphi_*}{\partial z}\, \mathbf{i}_3 = -\frac{2\pi\sigma_0 \theta(z)}{\tau}\, \exp\left(-2\pi \frac{t}{\tau}\right) \mathbf{i}_3\,.$$

Для электрического поля $\mathbf{E}$ имеем

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\, \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial t}\, \mathbf{i}_3 = \frac{\sigma_0 \theta(z)}{\varepsilon_0}\, [1 - e(t)]\, \mathbf{i}_3\,. \tag{60}$$

В этом случае мы имеем ток $\mathbf{j}$, хотя в области $z \neq 0$, никаких зарядов не содержится. Кроме того, по (60) видим, что электрическое поле $\mathbf{E}$ (как и ток $\mathbf{j}$) возникает мгновенно во всех точках пространства.

Наконец, третья точка зрения состоит в решении модифицированной системы уравнений (49)–(52). Здесь уже и заряд, и ток считаются заданными, причем ток $\mathbf{j}$ равен нулю, т.к. никакого движения зарядов здесь нет: $\varphi_* = 0$.

Уравнение (51) принимает вид

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{1}{c_1^2}\, \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{c\sigma_0 \delta(z)}{\varepsilon_0} \left[t + \frac{\tau}{2\pi}\, e(t)\right].$$

Очевидно, что потенциал $\varphi(z,t)$ является четной функцией z, причем он непрерывен при переходе через плоскость $z = 0$, а его первая производная терпит скачек

$$\left.\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right|_{z=-0}^{z=+0} = -\frac{c\sigma_0}{\varepsilon_0} \left[t + \frac{\tau}{2\pi}\, e(t)\right] \;\Rightarrow\; \left.\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right|_{z=0} = -\frac{c\sigma_0}{2\varepsilon_0} \left[t + \frac{\tau}{2\pi}\, e(t)\right].$$

Для электрического поля $\mathbf{E}$ имеем

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\, \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial t}\, \mathbf{i}_3 \equiv \mathcal{E}(z,t)\, \mathbf{i}_3\,, \qquad \mathcal{E}(z,t) = -\mathcal{E}(-z,t)\,.$$

Для функции $\mathcal{E}(z,t)$ получили задачу

$$\frac{\partial^2\mathcal{E}}{\partial z^2} = \frac{1}{c_1^2}\frac{\partial^2\mathcal{E}}{\partial t^2}, \qquad \mathcal{E}(z,t)|_{z=+0} = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}[1-e(t)], \qquad \mathcal{E}(z,0) = 0. \tag{61}$$

Решение уравнения (61) представимо в форме Даламбера-Эйлера

$$\mathcal{E}(z,t) = \psi(z-c_1t) + f(z+c_1t), \qquad z>0,$$

где $f(s)$ определена при $s \geq 0$, а функция $\psi(s)$ определена на всей оси $-\infty < s < \infty$. Поскольку излучение с бесконечности отсутствует, то $f(s) \equiv 0$. Из начального условия (61) имеем, что функция $\psi(s)$ обращается в нуль при положительных значениях аргумента. По краевому условию (61) получаем

$$\psi(-c_1t) = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}[1-e(t)] \quad \Rightarrow \quad \psi(s) = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}\left[1-e\left(-\frac{s}{c_1}\right)\right], \qquad s \leq 0.$$

Итак, для $\mathcal{E}(z,t)$ получили выражение

$$\mathcal{E}(z,t) = \begin{cases} \dfrac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}\left[1-\exp\left(2\pi\dfrac{z-c_1t}{c_1\tau}\right)\right], & z \leq c_1t; \\ 0, & z \geq c_1t. \end{cases} \tag{62}$$

Теперь можем сравнить решения (60) и (62). Формула (60) дает, что при $t \geq \tau$ во всей области $z \geq 0$ устанавливается электростатическое решение

$$\mathcal{E}(z,t) = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}, \tag{63}$$

причем оно устанавливается сразу во всем пространстве. Решение (62) показывает, что электростатическое решение (63) устанавливается при $t \geq \tau$ только в области $z < c_1(t-\tau)$, но при $z > c_1t$ оно отсутствует. Поэтому модифицированная система показывает, что электростатическое решение устанавливается прохождением продольной волны, что полностью согласуется со здравым смыслом.

7.3 Электромагнитное поле растущего точечного заряда

Пусть в данной точке (начале координат) тела отсчета возникает заряд, меняющийся по закону

$$Q(t) = Q_0[1-e(t)], \qquad e(t) \equiv \exp\left(-2\pi\frac{t}{\tau}\right) \qquad t \geq 0$$

и называемый точечным источником. Требуется построить возмущение, вносимое этим источником в электромагнитное поле. Физики предпочитают это возмущение называть собственно электромагнитным полем. Поставленную задачу, но при произвольном законе $Q(t)$, рассматривает Р.Фейнман [25, с. 145–147]. Читатель может сравнить решение, представленное ниже, с тем, что построено у Р.Фейнмана.

Задача обладает сферической симметрией, т.е. имеет две плоскости зеркальной симметрии. Это означает, что все величины, выражаемые аксиальными векторами, должны обращаться в нулевые векторы

$$\mathbf{B} = \mathbf{0}\,, \qquad \mathbf{\Phi} = \mathbf{0}\,, \qquad \mathbf{\Phi}_* = \mathbf{0}\,.$$

Сначала попытаемся решить эту задачу по классической системе (41) в предположении, что ток есть движение зарядов. Поскольку никаких движущихся зарядов здесь нет, то $\mathbf{j} = \mathbf{0}$. Решение строим в сферической системе координат. Тогда $\mathbf{E} = \mathcal{E}(r,t)\,\mathbf{e}_r$. Поскольку дивергенция $\mathbf{E}$ при $r \neq 0$ равна нулю, то имеем

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial r} + \frac{2}{r}\,\mathcal{E} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathcal{E}(r,t) = \frac{C(t)}{r^2}\,.$$

По теореме Гаусса находим $C(t)$ и с нею поле $\mathbf{E}$

$$\mathbf{E} = \frac{Q(t)}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\mathbf{e}_r\,. \tag{64}$$

По последнему из уравнений (41) находим, что $\partial\mathbf{E}/\partial t = \mathbf{0}$. Следовательно, по классической системе (41) и при $\mathbf{j} = \mathbf{0}$ решение не существует, т.к. $dQ/dt \neq 0$. Р.Фейнман рассматривает именно этот случай, поэтому представленное им решение — формула (21.13) — решением не является.

Если же принять достаточно искусственную точку зрения, что ток не обязательно связан с движением зарядов, но определяется как дополнительное неизвестное, то решение у классической системы имеется, т.к. по последнему уравнению в (41) и (64) имеем

$$\mathbf{j} = -\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -\frac{1}{4\pi r^2}\,\frac{dQ}{dt}\,\mathbf{e}_r\,.$$

Несмотря на то, что формальное решение теперь появилось, но оно все равно неудовлетворительно с физической точки зрения, т.к. мгновенно возникает во всем пространстве.

Рассмотрим теперь эту задачу, используя модифицированную систему (49)–(52). Здесь ток считается движением зарядов, т.е. $\mathbf{j}$ задан. В данной задаче имеем $\mathbf{j} = \mathbf{0} \;\Rightarrow\; \varphi_* = 0, \;\; \mathbf{\Phi}_* = \mathbf{0}$.

Для потенциала $\varphi = \varphi(r,t)$ имеем уравнение (51)

$$\Delta\varphi = \frac{1}{c_1^2}\,\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} + q\,; \qquad \frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{c}{\varepsilon_0}\,\rho\,.$$

Это уравнение перепишем для функции $\psi(z,t) = \partial\varphi/c\,\partial t$

$$\Delta\psi = \frac{1}{c_1^2}\,\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - \frac{1}{\varepsilon_0}\,\rho\,. \tag{65}$$

Электрическое поле вычисляется по формуле

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\,\frac{\partial}{\partial t}\nabla\varphi = -\nabla\psi = -\frac{\partial\psi}{\partial r}\,\mathbf{e}_r\,.$$

Здесь уже теорема Гаусса в классическом варианте не работает. Окружим начало координат малым шаровым объемом V_r, где $r \to 0$. Умножим обе части (65) на dV_r и проинтегрируем по области V_r. Тогда получим

$$\int_{V_r} \Delta\psi \, dV_r = \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{V_r} \psi \, dV_r - \frac{1}{\varepsilon_0} Q_0 \, [1 - e(t)] \,. \tag{66}$$

Используя теорему о дивергенции, имеем

$$\int_{V_r} \Delta\psi \, dV_r = \int_{S_r} \mathbf{e}_r \cdot \nabla\psi \, dS_r = -\int_{S_r} \mathbf{e}_r \cdot \mathbf{E} \, dS_r \,.$$

Устремляя теперь в (66) радиус r шара к нулю, получаем

$$\lim_{r \to 0} \int_{S_r} \mathbf{e}_r \cdot \mathbf{E} \, dS_r = \frac{Q_0}{\varepsilon_0} \, [1 - e(t)] \,. \tag{67}$$

Это равенство и заменяет нам теорему Гаусса.

Запишем уравнение (65) в области $r \neq 0$. Получим

$$\frac{\partial^2 r\psi}{\partial r^2} = \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 r\psi}{\partial t^2} \quad \Rightarrow \quad r\psi(r, t) = f(r - c_1 t) \,,$$

где учтено, что с бесконечности излучение не приходит. Поскольку при $t = 0$ поле отсутствовало, то $f(s) = 0$ при $s \geq 0$. Следовательно, функция $f(r - c_1 t)$ отлична от нуля только при отрицательных значениях аргумента $s = r - c_1 t$, т.е. в области $r < c_1 t$. Таким образом, для поля $\mathbf{E}$ получили волновое представление

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{f(r - c_1 t)}{r} \right] \mathbf{e}_r = \left[\frac{f(r - c_1 t)}{r^2} - \frac{f'(r - c_1 t)}{r} \right] \mathbf{e}_r \,.$$

Теперь имеем

$$\int_{S_r} \mathbf{e}_r \cdot \mathbf{E} \, dS_r = 4\pi \, [f(r - c_1 t) - r f'(r - c_1 t)] \,.$$

Подставляя это выражение в (67), получаем

$$f(-c_1 t) = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0} \, [1 - e(t)] \,.$$

Отсюда находятся значения f при отрицательных значениях аргумента.

Окончательно имеем следующее решение

$$\mathbf{E}(r, t) = -\frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0} \, \mathbf{e}_r \, \frac{\partial}{\partial r} \begin{cases} \dfrac{1}{r} \left[1 - \exp\left(2\pi \dfrac{r - c_1 t}{c_1 \tau} \right) \right], & r \leq c_1 t \,; \\ 0 \,, & r \geq c_1 t \,. \end{cases} \tag{68}$$

Из этого решения хорошо видно, что при $t > \tau$ в области $r < c_1(t - \tau)$ устанавливается квазистатическое решение (64), даваемое классической системой при предположении, что ток отличен от нуля. В решении (68) ток отсутствует.

7.4 Электромагнитное поле двух заряженных разбегающихся линий

Задачи 7.2 и 7.3 достаточно ясно иллюстрируют различие между классической и модифицированной системами, но в них заряды возникали ниоткуда, что не нравится физикам. Поэтому в данном пункте рассмотрим задачу, удовлетворяющую требованию сохранения заряда. Рассмотрим две однородно заряженные линии с линейной плотностью заряда σ и $(-\sigma)$. При $t < 0$ эти линии совпадали и покоились. Поэтому при $t < 0$ электромагнитное поле отсутствовало $\mathbf{E} = \mathbf{0}$ и $\mathbf{B} = \mathbf{0}$. Ось y декартовой системы направим вдоль заряженных линий. В момент времени $t = 0$ линии начинают двигаться вдоль оси z с одинаковой скоростью, но в разные стороны. Скорость точки $y = 0$ линии с плотностью σ определяется законом

$$\mathbf{v}(t) = v_0\,[1 - e(t)]\,\mathbf{i}_3 = v(t)\,\mathbf{i}_3\,, \qquad e(t) \equiv \exp\left(-2\pi\frac{t}{\tau}\right).$$

Скорость линии с плотностью $(-\sigma)$ равна $(-v(t))$.

Вектор положения точки $y = 0$ линии с плотностью σ определяется выражением

$$\mathbf{r}(t) = v_0\left[t - \frac{\tau}{2\pi}\,(1 - e(t))\right]\mathbf{i}_3 \equiv \zeta(t)\,\mathbf{i}_3\,, \qquad v(t) = \dot{\zeta}(t)\,.$$

Для плотности заряда и тока имеем формулы

$$\rho = \sigma\delta(x)\,[\,\delta(z-\zeta) - \delta(z+\zeta)]\,,$$

$$\mathbf{j} = \sigma v(t)\delta(x)\,[\,\delta(z-\zeta) + \delta(z+\zeta)]\;\mathbf{i}_3\,.$$

В данной задаче плоскости $y = \mathrm{const}$ являются плоскостями зеркальной симметрии. Поэтому все полярные векторы должны иметь вид $\mathbf{a} = a_1(x,z,t)\,\mathbf{i}_1 + a_3(x,z,t)\,\mathbf{i}_3$, а все аксиальные векторы допускают представление $\mathbf{b} = b(x,z,t)\,\mathbf{i}_2$.

Таким образом, для потенциалов имеем

$$\varphi = \varphi(x,z,t)\,, \quad \mathbf{\Phi} = \Phi(x,z,t)\,\mathbf{i}_2\,, \quad \varphi_* = \varphi_*(x,z,t)\,, \quad \mathbf{\Phi}_* = \Phi_*(x,z,t)\,\mathbf{i}_2\,.$$

Для потенциалов φ_* и Φ_* имеем систему уравнений, следующую из уравнения (52)

$$\frac{\partial\varphi_*}{\partial x} = \frac{\partial\Phi_*}{\partial z}\,, \qquad \frac{\partial\varphi_*}{\partial z} + \frac{\partial\Phi_*}{\partial x} = \sigma v(t)\delta(x)\,[\,\delta(z-\zeta) + \delta(z+\zeta)]$$

или в другой форме

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_* &= \sigma v(t)\delta(x)\,[\,\delta'(z-\zeta) + \delta'(z+\zeta)] = -\partial\rho/\partial t\,,\\ \Delta\Phi_* &= \sigma v(t)\delta'(x)\,[\,\delta(z-\zeta) + \delta(z+\zeta)]\,. \end{aligned} \tag{69}$$

Из этих уравнений видим, что φ_* и Φ_* отличны от нуля всюду в пространстве. Именно это обстоятельство затрудняет суждение о характере решения.

Проще всего устанавливается волновой характер магнитного поля, поскольку для него имеем

$$\mathbf{B} = -\Delta\mathbf{\Phi} = -\Delta\Phi\,\mathbf{i}_2 = \mathcal{B}(x,z,t)\,\mathbf{i}_2\,.$$

Теперь из уравнения (47) и второго уравнения (69) имеем

$$\Delta\mathcal{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathcal{B}}{\partial t^2} = \frac{\sigma v(t)}{\varepsilon_0 c}\,\delta'(x)\,[\,\delta(z-\zeta)+\delta(z+\zeta)]\,.$$

Волновой характер $\mathcal{B}(x,z,t)$ отсюда очевиден, т.к. в правой части стоят сосредоточенные на линиях $x=0$, $z=\zeta(t)$ и $z=-\zeta(t)$ воздействия. Вне этих линий $\mathcal{B}$ представляется решением волнового уравнения, т.е. $\mathcal{B}$ это волны, поскольку начальные условия для $\mathcal{B}$ однородны. Важно, что $\mathcal{B}$ отлично от нуля только в области $x^2+z^2<c^2t^2$ — см. [34], т.е. магнитное поле распространяется не мгновенно. Сказанное верно как для классической, так и для модифицированной систем, причем магнитное поле, определяемое по обеим системам одинаково.

Для электрического поля ситуация сложнее. Здесь классическую и модифицированную системы надо рассматривать раздельно.

Сначала рассмотрим классическую систему. Для нее электрическое поле заведомо не носит волнового характера в силу уравнения

$$\nabla\cdot\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma\delta(x)}{\varepsilon_0}\,[\,\delta(z-\zeta)-\delta(z+\zeta)]\,.$$

Отсюда видим, что не только $\nabla\cdot\mathbf{E}$ не является волной, но и само $\mathbf{E}$ возникает сразу во всем пространстве. Это означает, что некоторая часть $\mathbf{E}$ возникает мгновенно сколь угодно далеко от источника возмущений, т.е. налицо бесконечно большая скорость распространения сигнала. Теперь обратимся к модифицированной системе. Здесь потенциалы φ и $\mathbf{\Phi}$ удовлетворяют волновым, но неоднородным, уравнениям (51) и (50). При этом в их правых частях содержатся потенциалы φ_* и Φ_*, которые отличны от нуля во всем пространстве. Поэтому неверно было бы утверждать, что φ и Φ локализованы в области $x^2+z^2<c^2t^2$. Чтобы убедиться в волновом характере электрического поля, найденного по модифицированной системе, необходимо переписать последнее в терминах вектора $\mathbf{u}$. После несложных преобразований систему (49)–(52) можно переписать в эквивалентном виде

$$\Delta\mathbf{u} + \frac{c_1^2-c^2}{c^2}\,\nabla\nabla\cdot\mathbf{u} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{u}}{\partial t^2} = \frac{c_1^2}{c^2}\,\nabla q - \frac{1}{\varepsilon_0 c}\,\mathbf{j}\,.$$

Дифференцируя это уравнение по времени и переходя от $\mathbf{u}$ к $\mathbf{E}$, получаем

$$\Delta\mathbf{E} + \frac{c_1^2-c^2}{c^2}\,\nabla\nabla\cdot\mathbf{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{c_1^2}{c^2}\,\nabla\frac{\rho}{\varepsilon_0} + \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\,\frac{\partial\mathbf{j}}{\partial t}\,. \tag{70}$$

Теперь волновой характер $\mathbf{E}$ очевиден. Левая часть этого уравнения есть хорошо известный оператор динамической теории упругости. В правой части уравнения (70) стоят воздействия, сосредоточенные на подвижных линиях. Задачи такого типа хорошо изучены [27] и их решениями являются волны, расходящиеся от подвижных линий. Если $v_0<c$, то эти волны локализованы в области $x^2+z^2<c_1^2t^2$. Поскольку $c_1>c$, то электрическое поле в данный момент времени распространяется дальше, чем магнитное, причем в области $c^2t^2<x^2+z^2<c_1^2t^2$ существуют только продольные волны, не порождающие магнитного поля. Таким образом, в качественном отношении решения модифицированной системы значительно лучше соответствуют здравому смыслу, нежели решения классической системы.

Заключение

Двадцатый век продемонстрировал огромный прогресс механики не только в области ее традиционных приложений, но и в области ее фундаментальных основ. Кое-что было просто уточнено, кое в чем механика была расширена в направлениях, указанных Л.Эйлером свыше 200 лет тому назад. В настоящее время возможности рациональной механики возросли настолько, что ей вполне по силам вплотную заняться проблемами электромагнетизма и строения атома. Направление этих исследований я пытался показать в данной работе. Кажется ясным, что построение формальных теорий эфиров и, в частности, новой теории электромагнитных явлений, не сводящейся к обсужденной в тексте статьи, будет выполнено в самое ближайшее время. Главные трудности в том, как описать взаимодействие эфиров между собой и взаимодействие эфиров с макротелами. Первоочередной задачей является ответ на вопрос, что такое заряд, т.е. чем отличается заряженное тело от незаряженного. Разумеется, ответ должен иметь не словесную форму, но должен быть выражен в виде неких формальных структур, задаваемых в механике. Здесь еще все покрыто туманом, рассеять который и должна рациональная механика в грядущем веке.

К сожалению, большинство механиков полагают, что у механики достаточно своих проблем, и потому они самоустраняются от анализа труднейших проблем новейшей физики. Мне кажется, что это опасная тенденция. Те, кто следят за развитием науки, легко заметят как стремительно снижается роль и значение механики в исследовательских и образовательных программах. Некоторые исследователи вообще перестали считать механику фундаментальной наукой. Ошибочность подобных воззрений проявится очень скоро, но восстанавливать престиж механики будет не легко. Единственный шанс для механики сохранить роль фундаментальной науки состоит в активном внедрении в разработку проблем новейшего естествознания в широком смысле.

Благодарность. Автор глубоко благодарен Т.П.Товстик за огромную помощь при подготовке рукописи к печати.

Список литературы

[1] Джеммер М. Эволюция понятий квантовой механики. М.: Наука, 1985. 379 с.

[2] Мандельштам Л.И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. М.: Наука, 1972. 437 с.

[3] Эйнштейн А. Автобиографические заметки. Собр. научных трудов, т. IV, с. 259–293. М.: Наука, 1967. 599 с.

[4] Жилин П.А. Исходные понятия и фундаментальные законы рациональной механики. В сб. Анализ и синтез нелинейных механических колебательных систем. Тр. XXII школы-семинара. С.-Петербург, 1995, с. 14–40.

[5] Трусделл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред. М.: Мир, 1975. 592 с.

[6] Пуанкаре А. О науке. М.: Наука, 1983. 559 с.

[7] Эйнштейн А. Неевклидова геометрия и физика. В сб. "Эйнштейн и развитие физико-математической мысли." с. 5–9. М.: Изд. АН СССР, 1962. 239 с.

[8] Zarembo S. Réflexions sur les fondements de la mecanique rationnelle. Enseignements Math., 1940, t. 38, p. 59–69.

[9] Жилин П.А. Принцип относительности Галилея и уравнения Максвелла. В сб. Механика и процессы управления. Труды СПбГТУ, № 448, с. 3–38. С.-Петербург, 1994.

[10] Эйнштейн А., Инфельд Л. Эволюция физики. Собр. научных трудов А.Эйнштейна, т. IV, с. 357–543.

[11] Пуанкаре А. Измерение времени. Избр. труды А.Пуанкаре, т. III, с. 419–428. М.: Наука, 1974. 771 с.

[12] Дирак П.А.М. Воспоминания о необычной эпохе. М.: Наука, 1990. 207 с.

[13] Лоренц Г. Теории и модели эфира. М.-Л.: ОНТИ, 1936. 68 с.

[14] Беллони Л. Заметка В.Паули о сверхтонкой структуре, опубликованная в 1924 г. Сб. Физика за рубежом. Серия Б. с. 166–177. М.: Мир, 1984. 207 с.

[15] Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. т. 2, Пространство. Время. Движение. М.: Мир, 1965 г. 168 с.

[16] Фарадей М. Исследования по электричеству. Изд. АН СССР. т. I, 1947, 848 с.; т. II, 1951, 538 с.; т. III, 1959, 831 с.

[17] Максвелл Дж. Трактат об электричестве и магнетизме. М.: Наука, 1989, т. I (416 с.), т. II (436 с.).

[18] Герц Г. Принципы механики, изложенные в новой связи. М.: Изд. АН СССР, 1959 г. 386 с.

[19] Архимед. Исчисление песчинок (Псаммит). М.-Л.: ГТТИ, 1932 г. 104 с.

[20] Ньютон И. Метод флюксий и бесконечных рядов с приложением к геометрии кривых. – В кн. Ньютон И. Математические работы. М.-Л.: ОНТИ, 1937 г. с. 25–166.

[21] Козырев Н.А. Избранные труды. Л.: Изд. ЛГУ, 1991 г. 445 с.

[22] Cosserat E. et F. Theorie des Corps Deformables. Paris. 1909.

[23] Картан Э. Теория конечных непрерывных групп и дифференциальная геометрия, изложенные методом подвижного репера. М.: Изд. МГУ, 1963 г. 367 с.

[24] Zhilin P.A. A New Approach to the Analysis of Free Rotations of Rigid Bodies. ZAMM – Z.angew. Math. Mech. 76 (1996), № 4, pp. 187–204.

[25] Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. т. 6, Электродинамика. М.: Мир, 1966 г. 343 с.

[26] Тимирязев А.К. Введение в теоретическую физику. М.-Л.: ГТТИ, 1933 г. 440 с.

[27] Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975 г. 832 с.

[28] Лаврентьев М.М., Еганова И.А., Луцет М.К., Фоминых С.Ф. О дистанционном воздействии звезд на резистор. ДАН СССР, 1990 г. т. 314, № 2 с. 352–355.

[29] Лаврентьев М.М., Еганова И.А., Медведев В.Г., Олейник В.К., Фоминых С.Ф. О сканировании звездного неба датчиком Козырева. ДАН СССР, 1992, т. 323, № 4, с. 649–652.

[30] Абрамян А.К., Индейцев Д.А. Особенность колебаний динамических систем, имеющих несущую конструкцию бесконечной протяженности РАН Сиб. Отделение, Моделирование в механике, 1982 г., т. 6.

[31] Жилин П.А. Основные уравнения неклассической теории оболочек. Труды Ленингр. политехн. ин-та, № 386, 1982, с. 29–46.

[32] Альтенбах Х., Жилин П.А. Общая теория простых упругих оболочек. Успехи механики, 1988, т. II, Вып. 4, с. 107–148.

[33] Най Дж. Физические свойства кристаллов. М.: Мир, 1967 г. 386 с.

[34] Берс Л., Джон Ф., Шехтер М. Уравнения с частными производными. М.: Мир, 1966 г. 351 с.